四庫全書

子部

歴算全書卷五十四

宣城梅文鼎撰

三角法舉要卷五

測量

三角用法算例已具兹則舉高深廣遠以徵諸實事亦與算例互相補備也

一測高

一測遠

一測斜坡

加戊丙表一丈即丁乙共得塔高十六丈甲乙

凡用象限儀以垂線作角與用指尺同理指尺即闚衡亦曰闚管亦曰闚筩

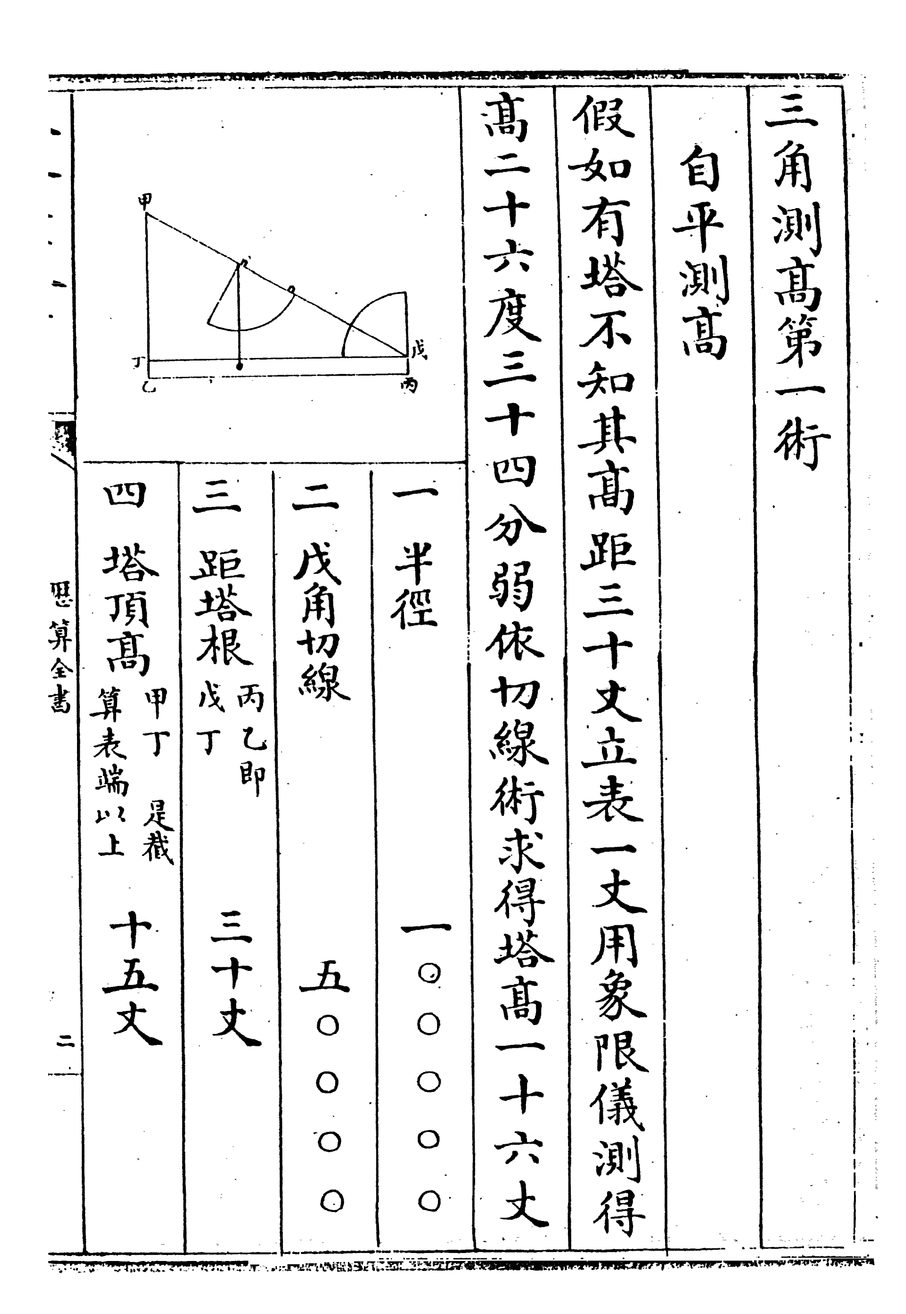
若戊丙表立於高所當更加立處之高以為塔高

省算法從表根丙平安象限以一邊指塔根乙一邊指癸乃順丙癸直線行至癸得三十丈與丙乙等復於癸平安象限作癸角與戊角等邊指

三角測高第一術

自平測高

假如有塔不知其高距三十丈立表一丈用象限儀測得高二十六度三十四分弱依切線術求得塔高一十六丈



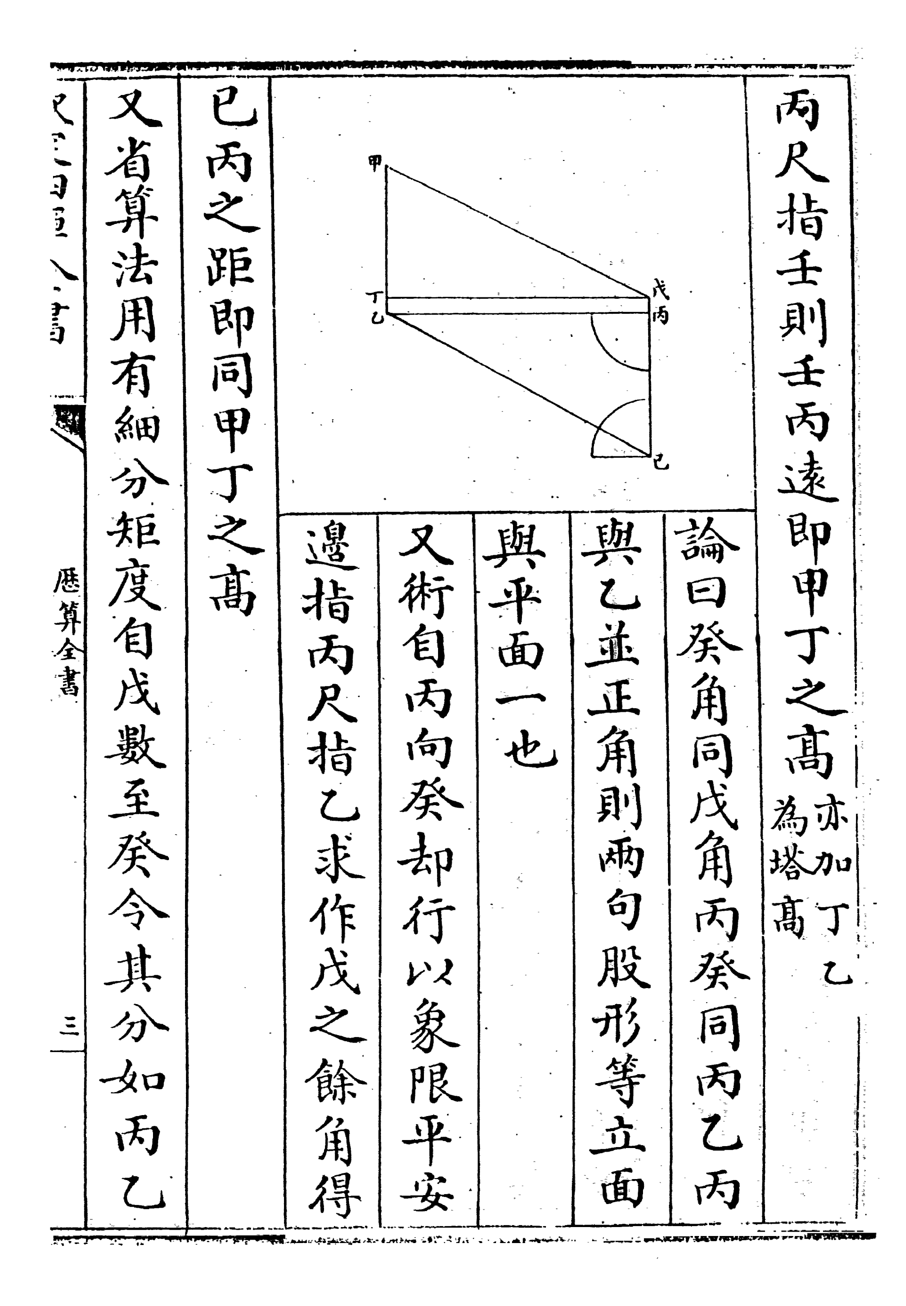
一	半徑	一〇〇〇〇〇
二	戊角切線	五〇〇〇〇
三	距塔根 丙乙即戊丁	三十丈
四	塔頂高 甲丁是截算表端以上	十五丈

甲
丁 乙
壬
癸
戊
丙

之距或兩倍或三倍從癸數壬癸直線之分即甲丁之距也先以二分為丈或三分為丈今亦同之

用矩度以垂線作角其用亦同

丙尺指壬則壬丙遠即甲丁之高亦加丁乙為塔高

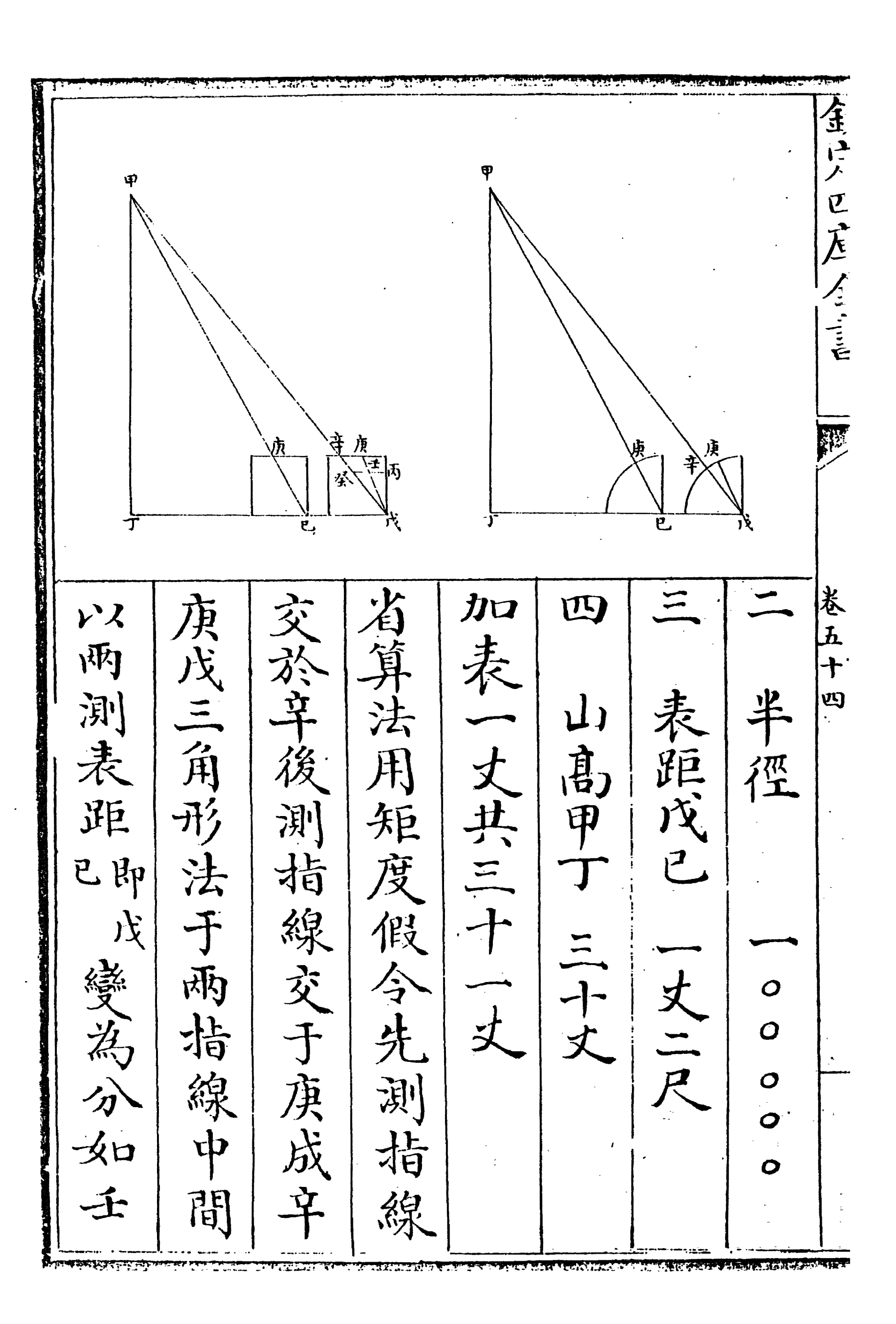


論曰癸角同戊角丙癸同丙乙丙與乙並正角則兩句股形等立面與平面一也

又術自丙向癸却行以象限平安邊指丙尺指乙求作戊之餘角得

己丙之距即同甲丁之高

又省算法用有細分矩度自戊數至癸令其分如丙乙



二　半徑　一〇〇〇〇〇

三　表距戊巳　一丈二尺

四　山高甲丁　三十丈

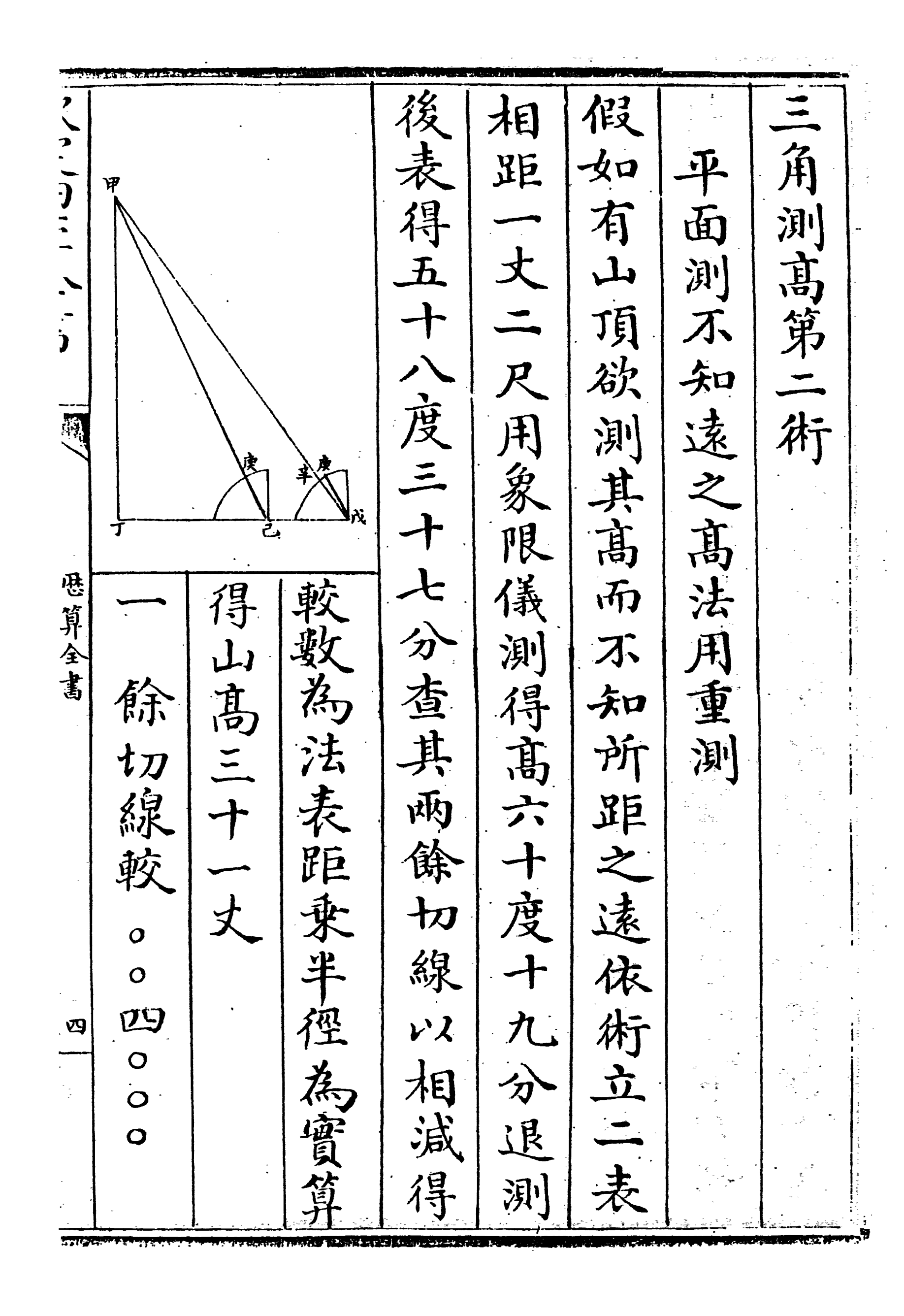
加表一丈共三十一丈

省算法用矩度假令先測指線交於辛後測指線交于庚成辛庚戊三角形法于兩指線中間以兩測表距巳即戊變為分如壬

三角測高第二術

平面測不知遠之高法用重測

假如有山頂欲測其高而不知所距之遠依術立二表相距一丈二尺用象限儀測得高六十度十九分退測後表得五十八度三十七分查其兩餘切線以相減得



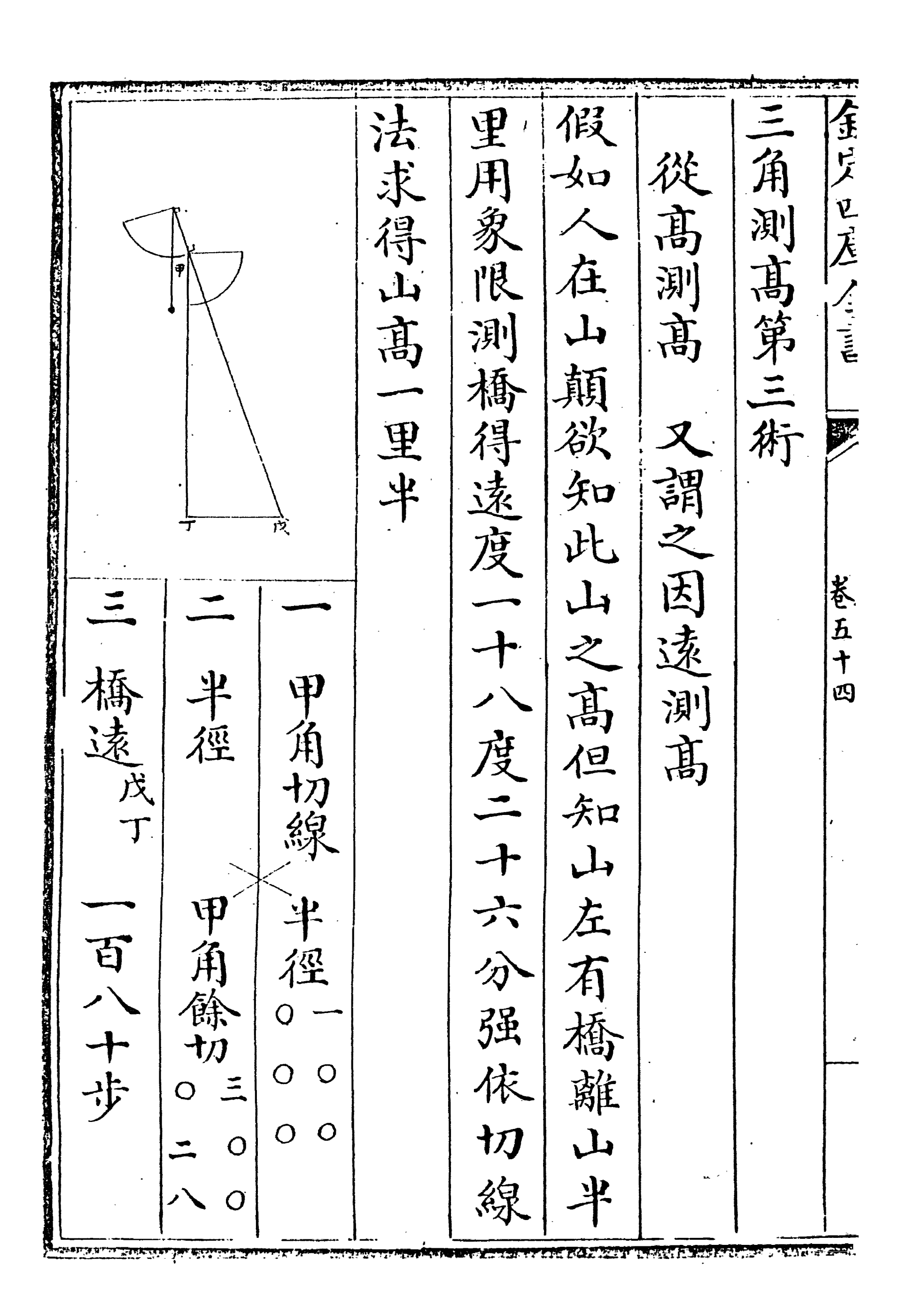
較數為法表距乘半徑為實算得山高三十一丈

一　餘切線較　○○四○○○

三角測高第三術

從高測高　又謂之因遠測高

假如人在山巔欲知此山之高但知山左有橋離山半里用象限測橋得遠度一十八度二十六分强依切線法求得山高一里半



一	甲角切線	半徑一〇〇〇〇
二	半徑	甲角餘切三〇〇二八
三	橋遠戊丁	一百八十步

癸小線引長之至丙即丙戊所當測高

論曰此即古人重表法也或隔水量山或於城外測城內之山並同

三角測高第四術

從高測不知遠之高　法用重測

假如人在山上欲知本山之高然又無可據之遠但山有樓或塔量得去山二十一丈以象限儀指定一處于樓下測得五十五度二十六分又于樓上測得五十三度五十分用餘切切線求得山高三百四十四丈五尺

一　兩餘切較　四二

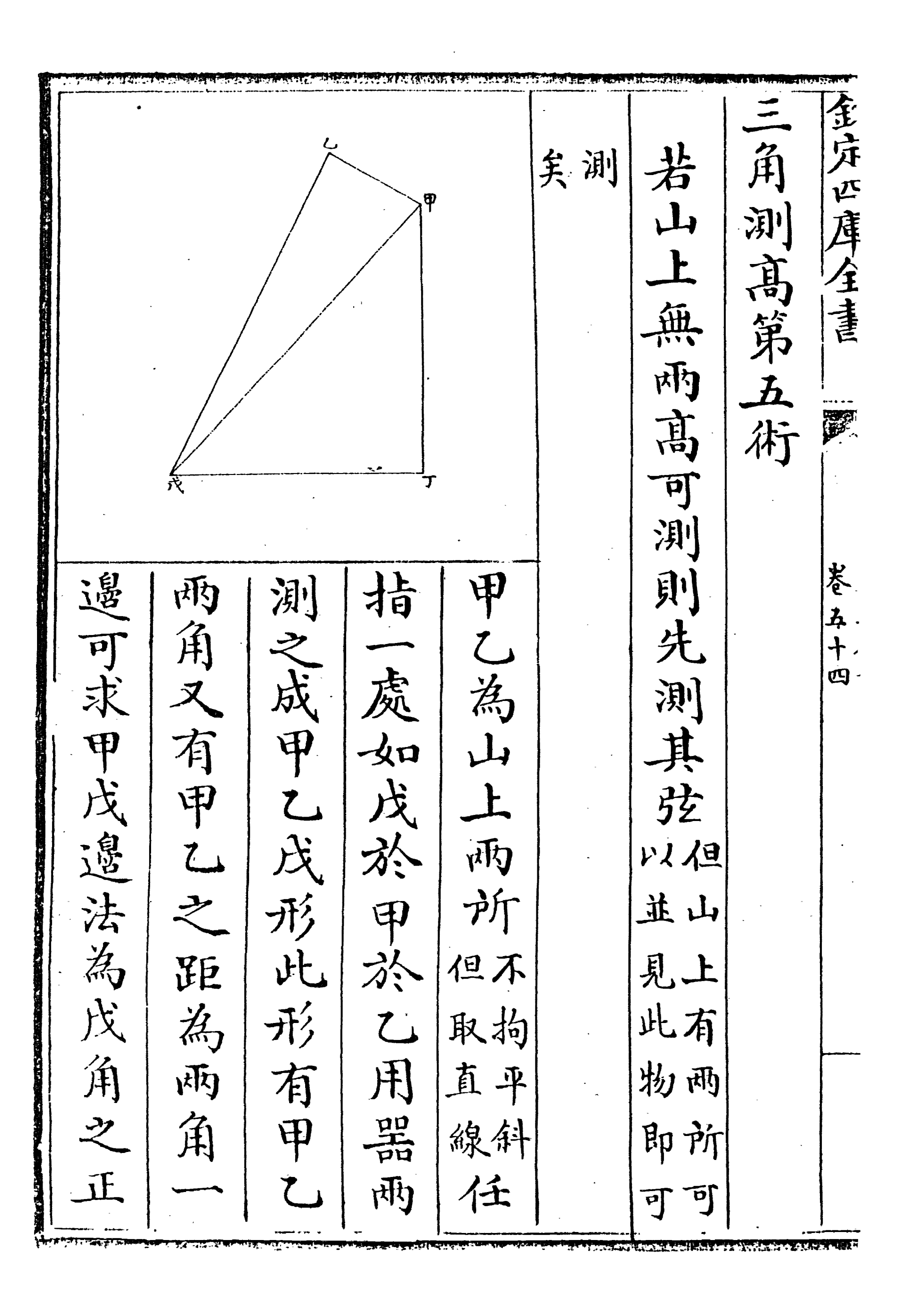
二　下一測餘切　六八九

四　山高甲丁　五百四十步〇五尺

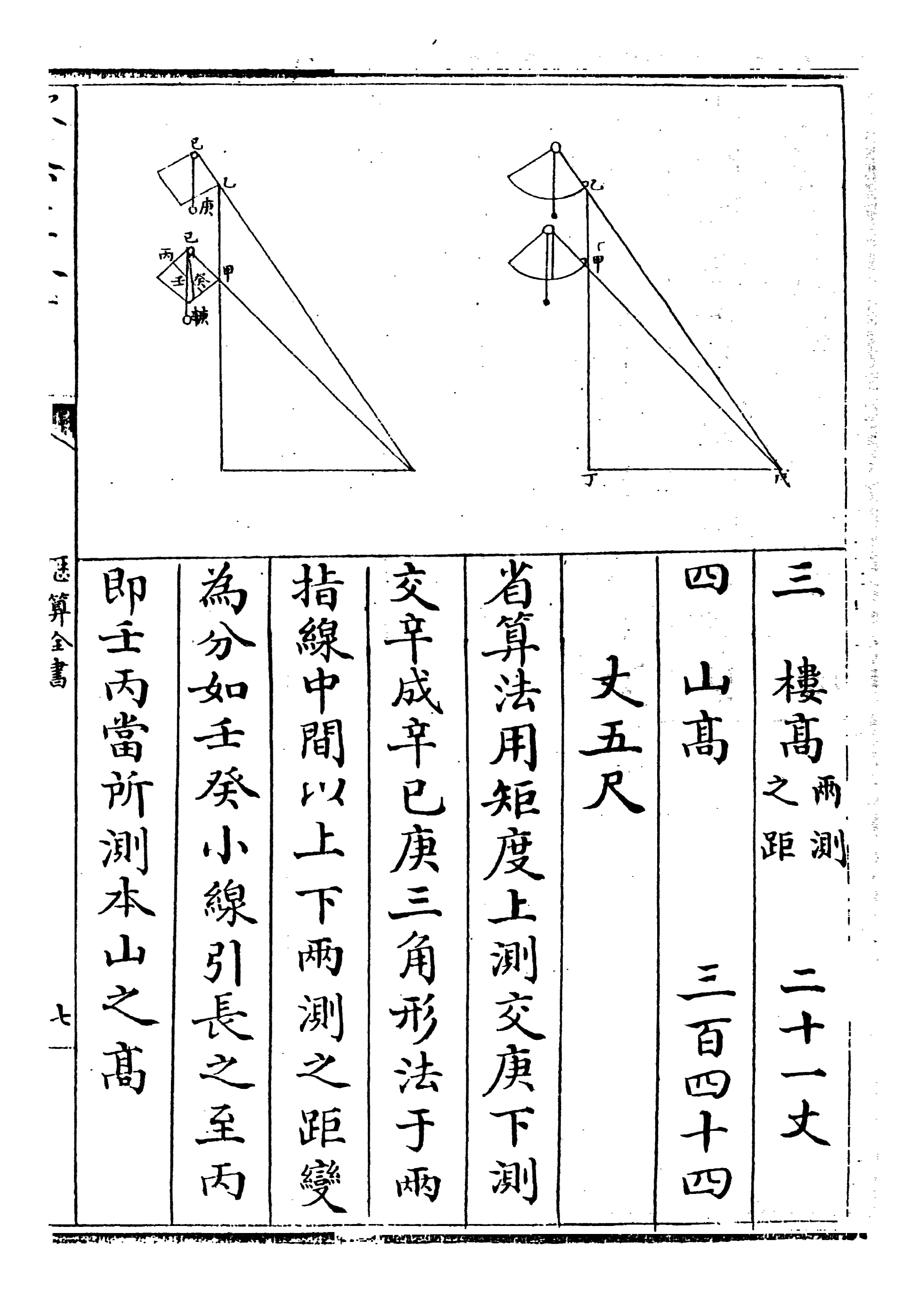
省算法用矩度作壬癸線以當戊丁則己壬當甲丁

三角測高第五術

若山上無兩高可測則先測其弦（但山上有兩所可以並見此物即可測矣）



甲乙為山上兩所（不拘平斜但取直線）任指一處如戊於甲於乙用器兩測之成甲乙戊形此形有甲乙兩角又有甲乙之距為兩角一邊可求甲戊邊法為戊角之正



三　樓高兩測之距　二十一丈

四　山高　三百四十四

丈五尺

省算法用矩度上測交庚下測交辛成辛巳庚三角形法于兩指線中間以上下兩測之距變為分如壬癸小線引長之至丙即壬丙當所測本山之高

三角測高第六術

借兩遠測本山之高

有山不知其高亦無距山之遠但山前有大樹從此樹向山而行相去一百八十五丈又有一樹人在山上可見兩樹如一直線即於山上以象限儀測此二樹一測遠樹四十三度三十二分一測近樹三十度〇七分用切線較得本山高五百丈

一　切線較　三七〇〇〇

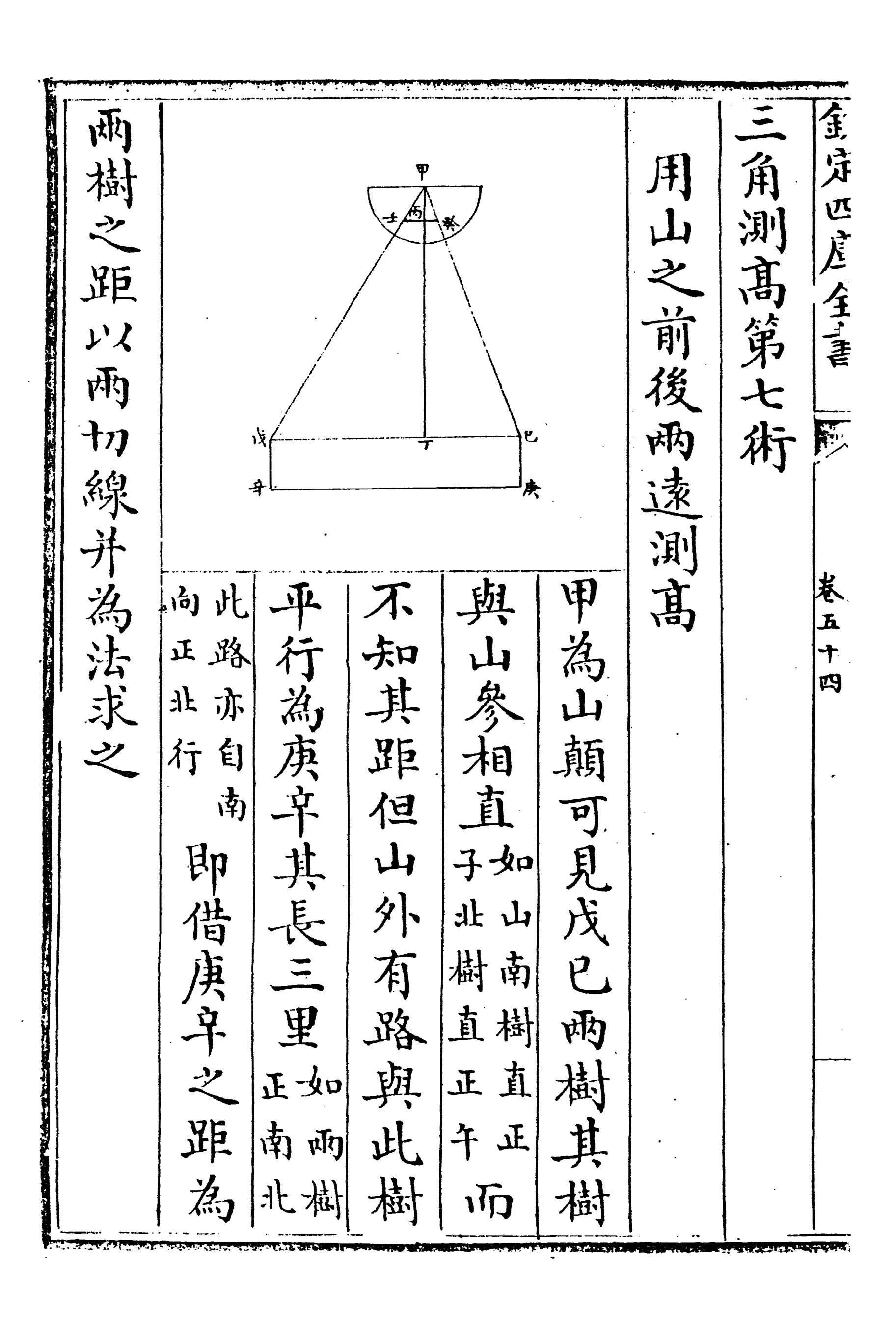
弦與甲乙邉若乙角之正弦與甲戊

再用甲戊丁句股形為半徑與甲戊若甲角餘弦與甲

丁即山之高也

三角測高第七術

用山之前後兩遠測高



甲為山顛可見戊巳兩樹其樹與山參相直（如山南樹直正子北樹直正午）而不知其距但山外有路與此樹平行為庚辛其長三里（如兩樹正南北此路亦自南向正北行）即借庚辛之距為兩樹之距以兩切線并為法求之

二　半徑　一〇〇〇〇〇

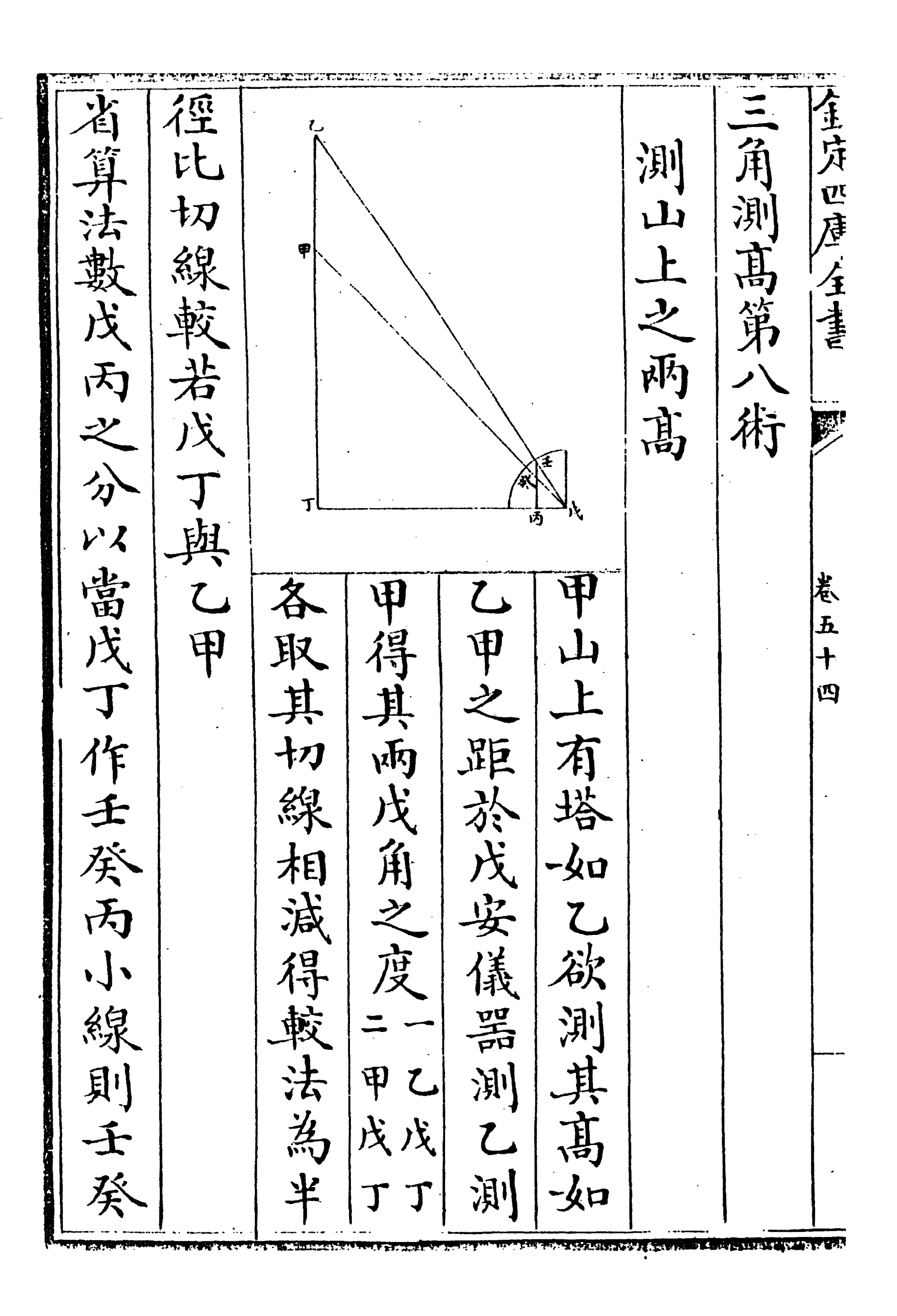
三　兩遠之較　一百八十五丈

四　本山高　五百丈

省算作壬癸小線當兩遠之距巳戊而丙甲當本山高甲丁

三角測高第八術

測山上之兩高



甲山上有塔如乙欲測其高如乙甲之距於戊安儀器測乙測甲得其兩戊角之度一乙戊丁二甲戊丁各取其切線相減得較法為半徑比切線較若戊丁與乙甲

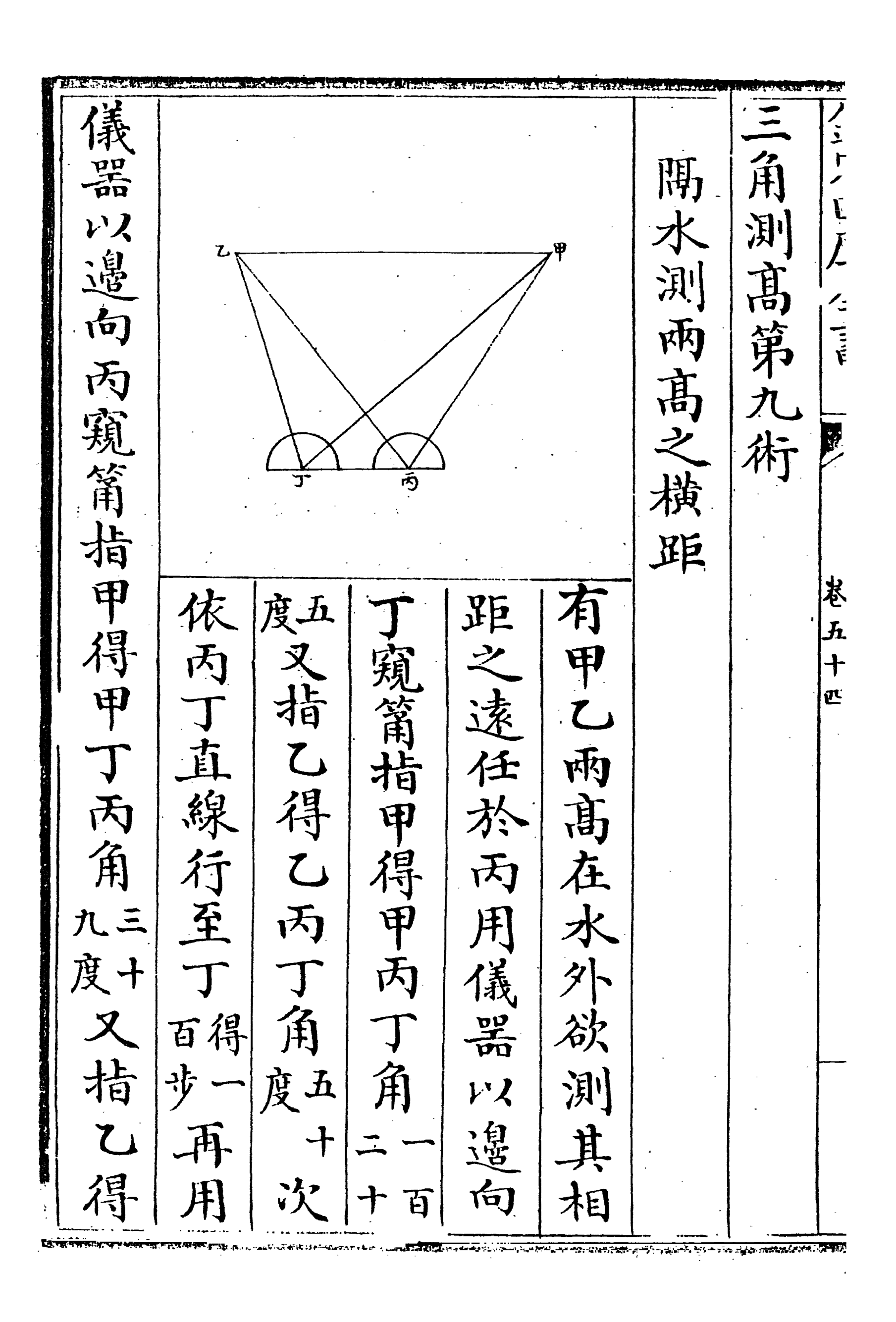
省算法數戊丙之分以當戊丁作壬癸丙小線則壬癸

先從甲測已得甲角一十七度〇四分又從甲測戊得甲角三十四度三十四分法為兩切線并與已戊若半徑與甲丁也

一率兩切線并〇九九六〇〇二率半徑一〇〇〇〇〇〇三率已戊即庚辛三里求得四率甲丁三里〇四步又三之一強

三角測高第九術

隔水測兩高之横距



有甲乙兩高在水外欲測其相距之遠任於丙用儀器以邉向丁窺筩指甲得甲丙丁角一百二十五度又指乙得乙丙丁角五十度次依丙丁直線行至丁得一百步再用儀器以邉向丙窺筩指甲得甲丁丙角三十九度又指乙得

之分即當乙甲

用矩度亦同

末乙丁甲形有甲丁邊二百九十七步乙丁邊二百○四步丁角六十九度

先求甲角

一率兩邊之總五百○一步　二率兩邊之較九十三步　三率半外角五十五度半　五切線一四五五○一　求得四率半較角切線二七○○九　查表得一十五度○七分弱以減半外角得甲角四十度二十三分強

次求甲乙邊

一率甲角正弦六四七九○　二率乙丁邊二百○四步　三率丁

乙丁丙角一百零八度又甲丁乙角六十九度得三角形三一甲丁丙二乙丁丙三甲丁乙

今算甲丁丙形有丁丙邊丁丙二角求甲丁邊

一率甲角一十六度正弦二七五六四　二率丁丙一百步　三率丙角一百二十五度正弦八一九一五　求得四率甲丁邊二百九十七步

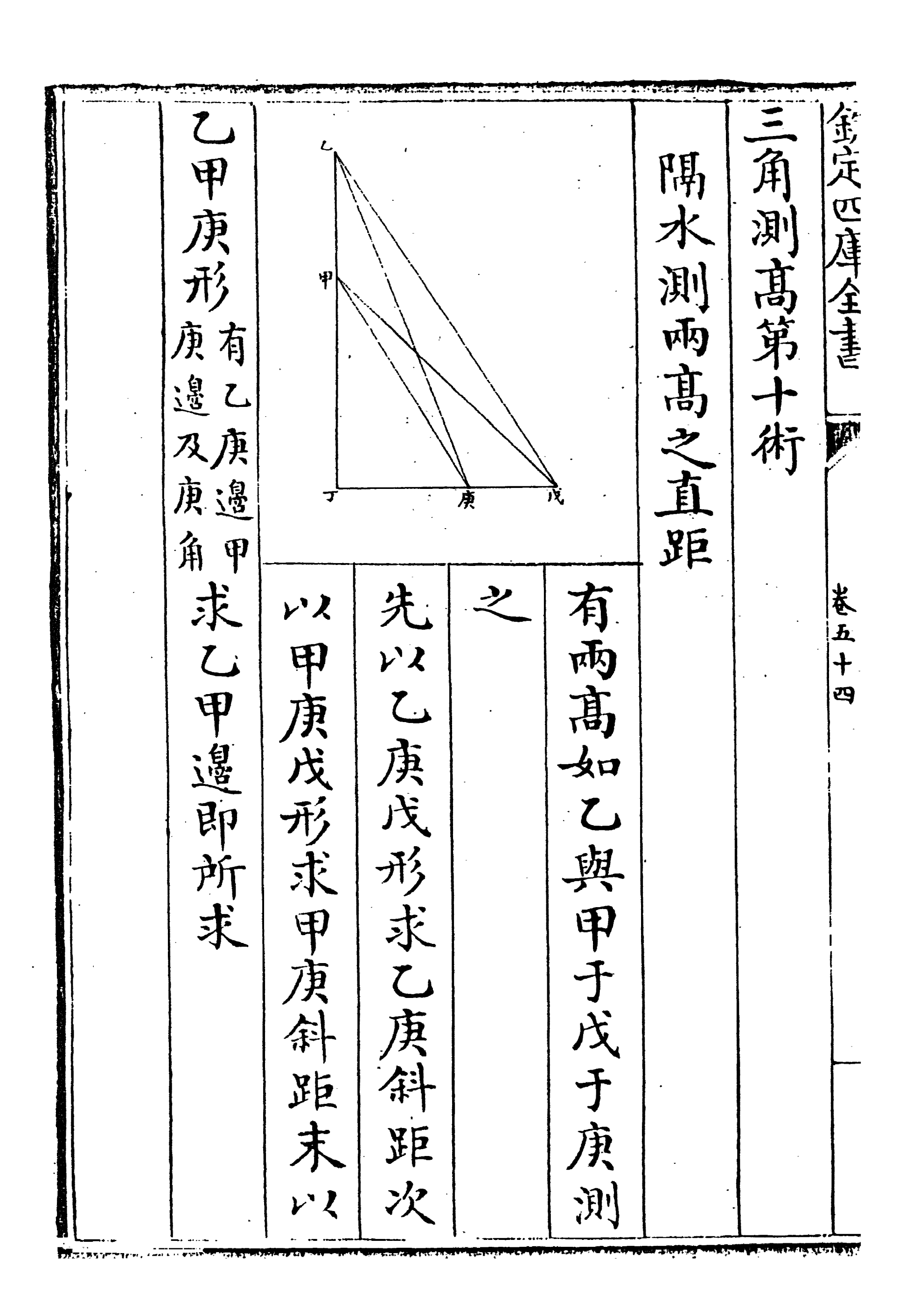
次乙丁丙形有丁丙邊丙丁二角求乙丁邊

一率乙角二十二度正弦三七四六一　二率丁丙邊一百步　三率丙角五十度正弦七六六〇四　求得四率乙丁邊二百〇四步

三角測高第十術

隔水測兩高之直距

有兩高如乙與甲于戊于庚測之



先以乙庚戊形求乙庚斜距次以甲庚戊形求甲庚斜距末以乙甲庚形有乙庚邊甲庚邊及庚角求乙甲邊即所求

角正弦九三五九 三 求得四率甲乙邉二百九十四步弱

論曰此所測甲丁及乙丁皆斜距也或甲乙兩高並在一山之上於山麓測之或甲乙分居兩峯於兩峯間平地測之或甲在水之東乙在水之西於一岸測之並同

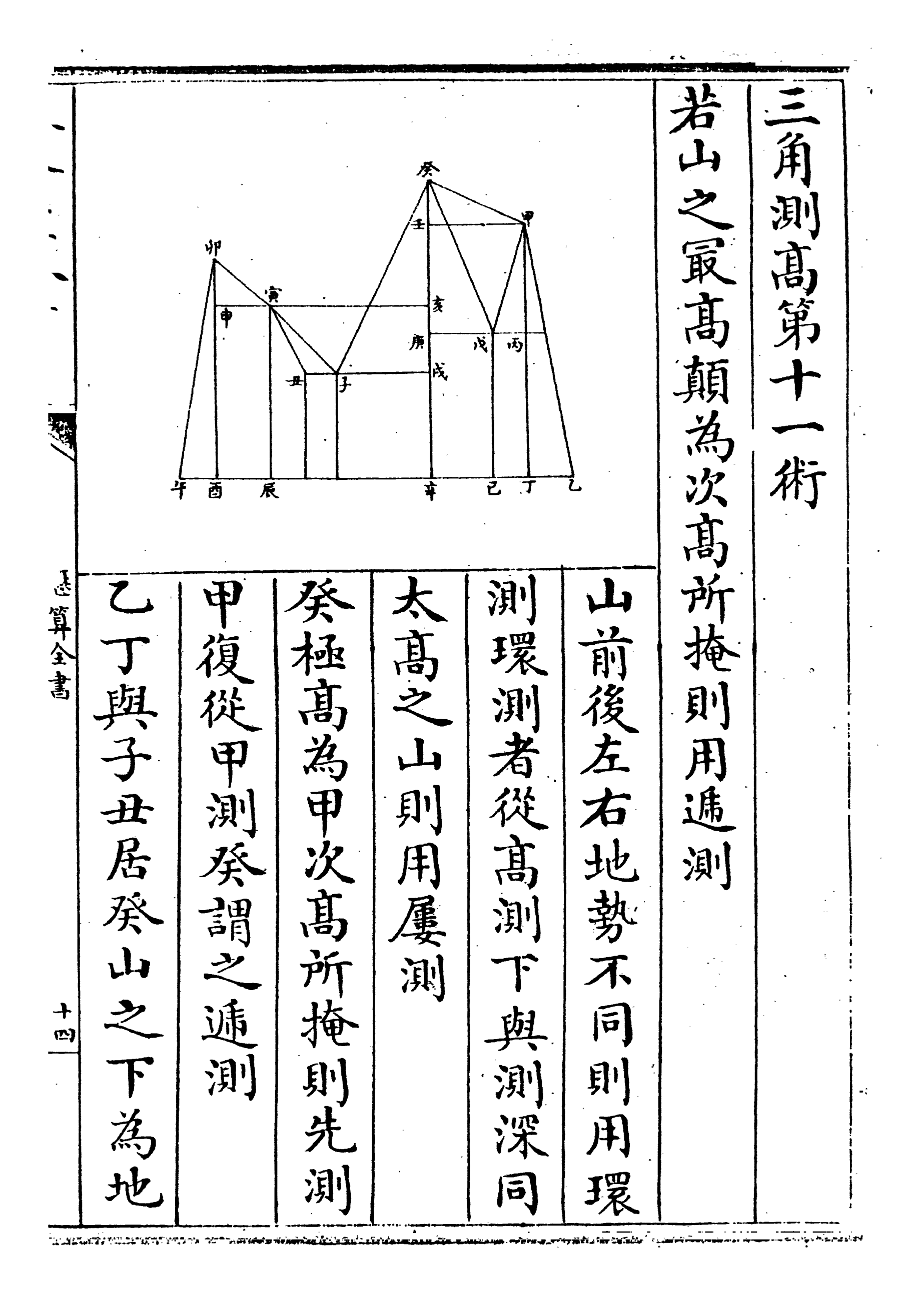
若用有度數之指尺並可用省算之法

平而各不等則從癸四面測之如測癸辛之髙以辛乙為地平又測癸戌之髙以戌子丑為地平則乙丁與子丑之較為戌辛謂之環測

若山太髙太大則於乙測甲又於甲測癸或先測卯又測寅又測丑測子再從子丑測癸細細測之則真髙自見而地之髙下亦從可知矣謂之屢測

三角測高第十一術

若山之㝡高顛為次高所掩則用遞測



山前後左右地勢不同則用環測環測者從高測下與測深同

太高之山則用屢測

癸極高為甲次高所掩則先測甲復從甲測癸謂之遞測

乙丁與子丑居癸山之下為地

三	丁	甲
四	乙	甲

若欲知丁乙之距依句股法甲丁甲乙各自乘并而開方即得乙丁

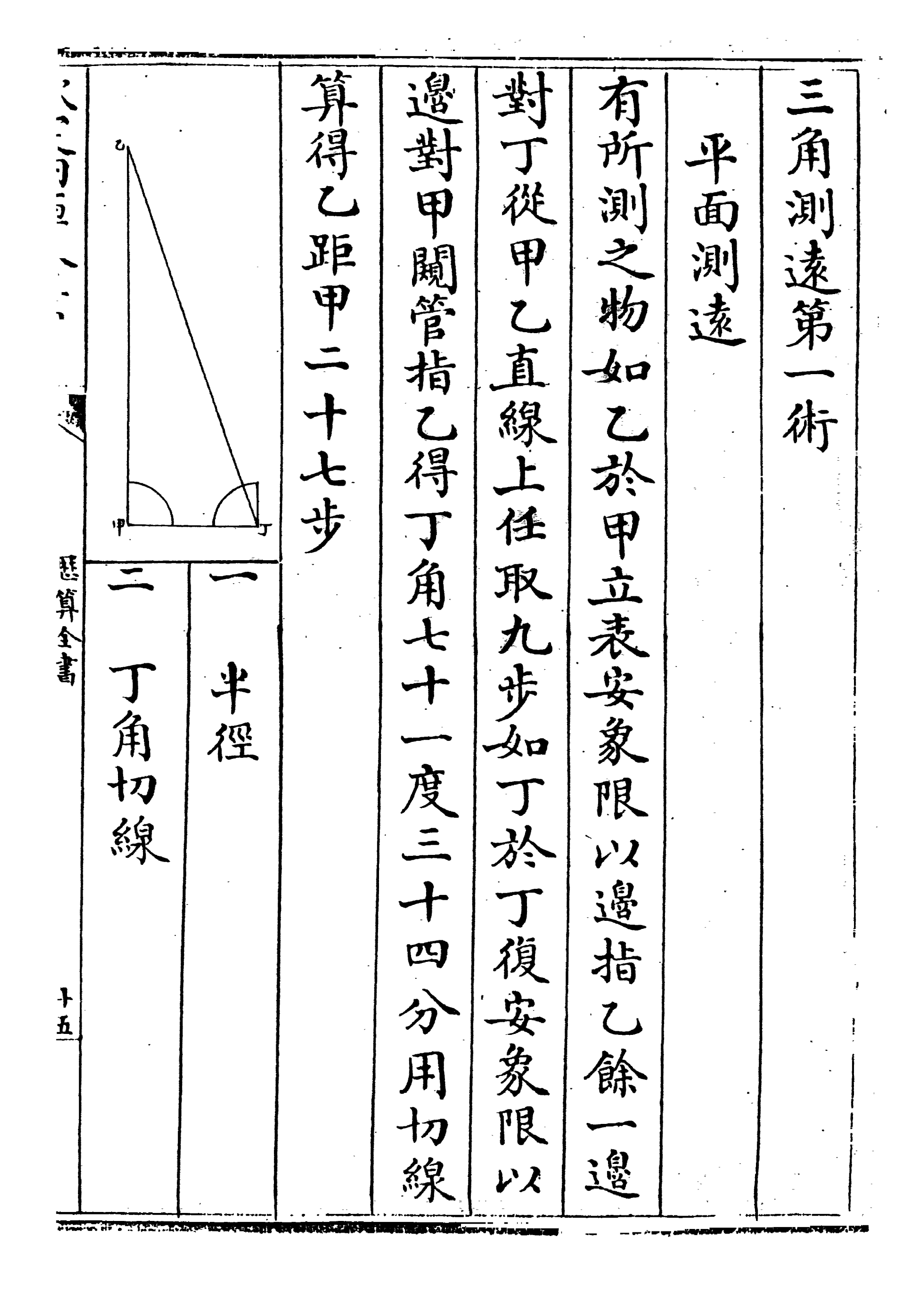
若徑求乙丁則為以半徑比丁角之割線若甲丁與丁乙也是為以句求弦

省算用矩度自丁數自癸取丁癸之分如丁甲之距或以

三角測遠第一術

平面測遠

有所測之物如乙於甲立表安象限以邊指乙餘一邊對丁從甲乙直線上任取九步如丁於丁復安象限以邊對甲闚管指乙得丁角七十一度三十四分用切線算得乙距甲二十七步

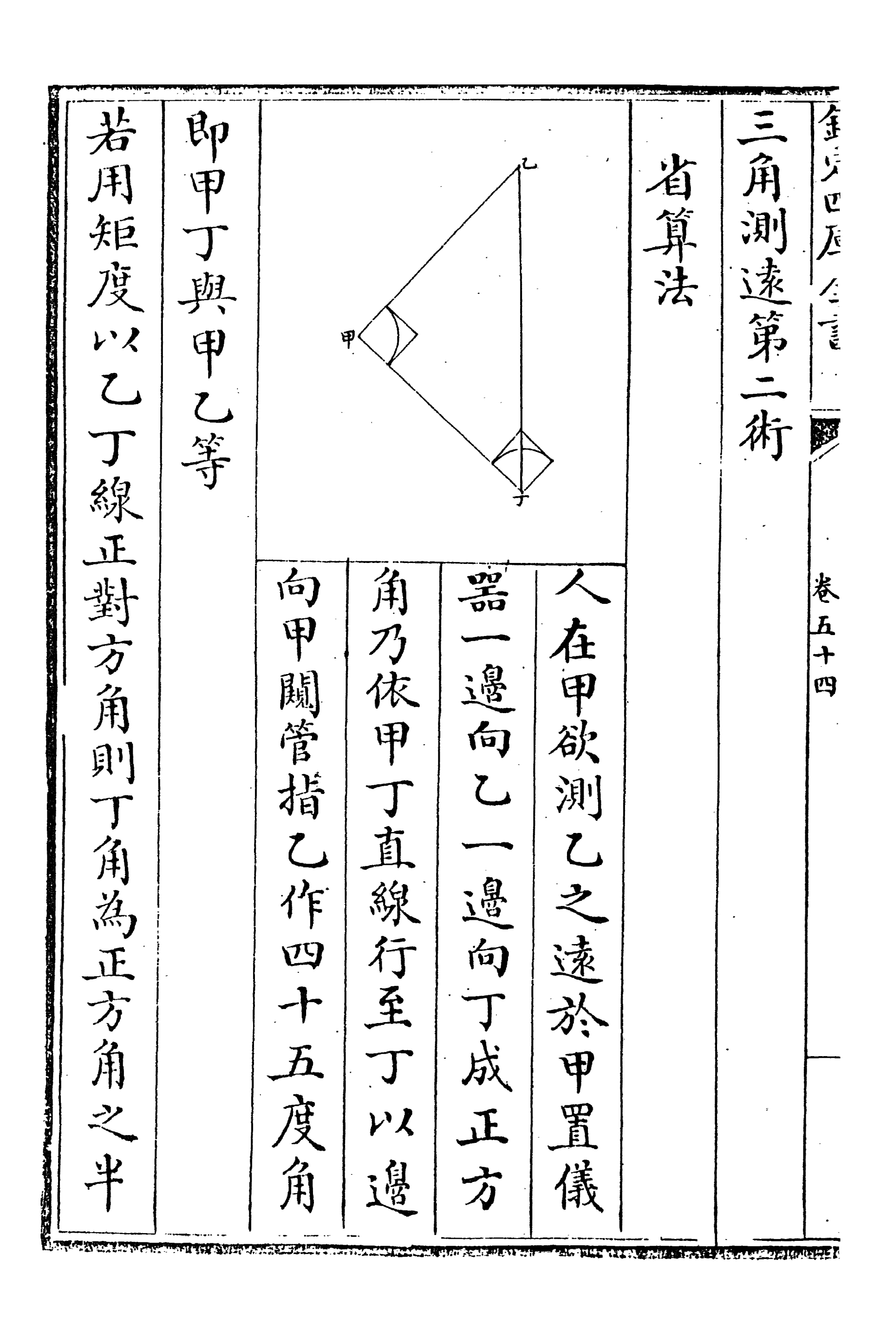


一　半徑

二　丁角切線

三角測遠第二術

省算法



人在甲欲測乙之遠於甲置儀器一邉向乙一邉向丁成正方角乃依甲丁直線行至丁以邉向甲闚管指乙作四十五度角即甲丁與甲乙等

若用矩度以乙丁線正對方角則丁角為正方角之半

分當步或二分或三分當一步皆可作壬癸丁小句股則壬癸之分即乙甲也一或分當步或二分三分並如丁癸之例而丁壬亦即當丁乙若尺上有分數即徑取之

若先從丁測則以測器向甲指尺向乙作丁角次依丁甲直線行至甲務令測器之一邊順丁甲直線餘一邊指乙則甲為正方角如前算之即得若甲非正方角則于丁甲直線上或前或後移測求為正方角乃止

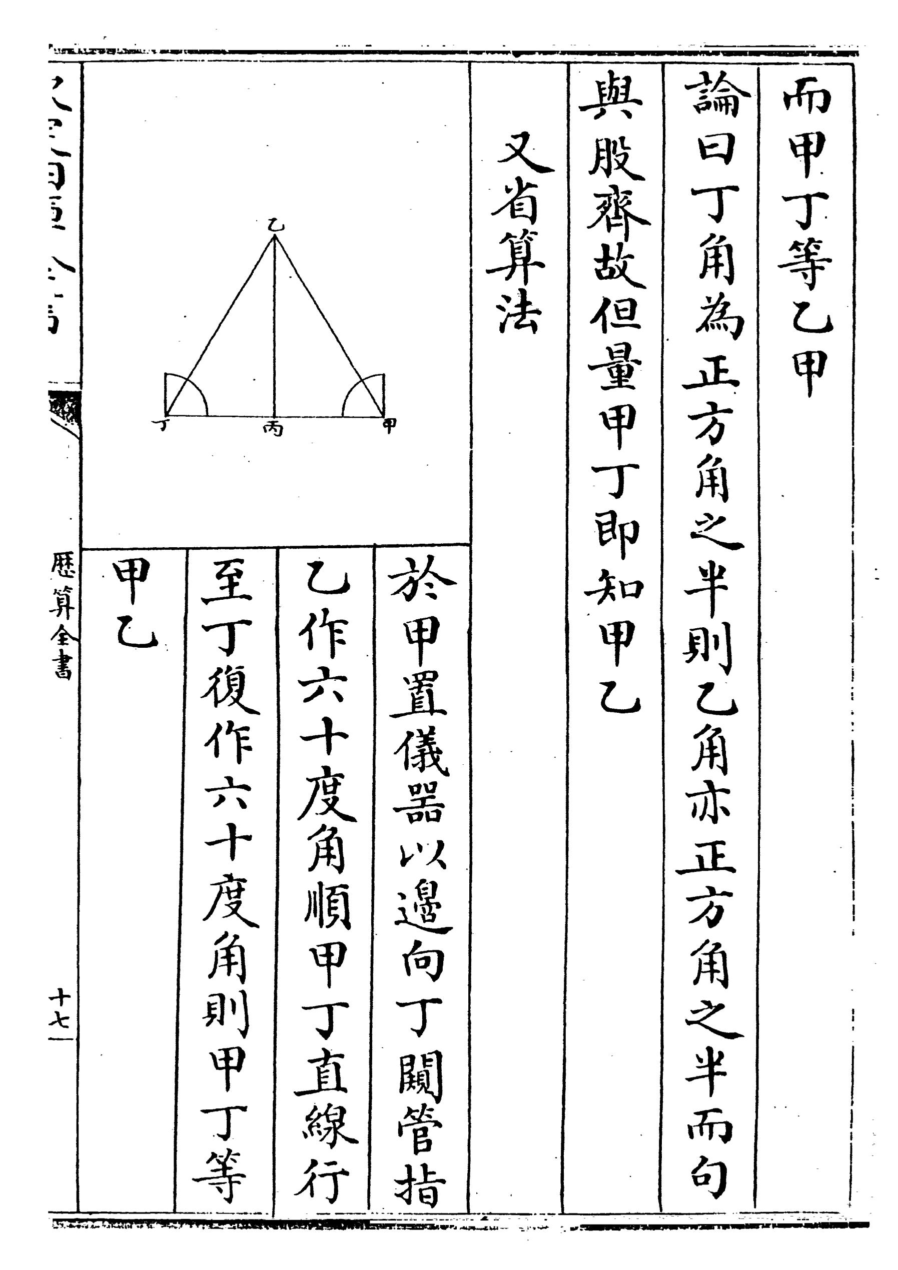
論曰甲角丁角俱六十度則乙角亦六十度矣故三邊俱等

若丁不能到則於甲丁線上取丙以儀器二邊對甲對乙成正方角則甲丙為乙甲之半

而甲丁等乙甲

論曰丁角為正方角之半則乙角亦正方角之半而句與股齊故但量甲丁即知甲乙

又省算法



於甲置儀器以邉向丁闚管指乙作六十度角順甲丁直線行至丁復作六十度角則甲丁等甲乙

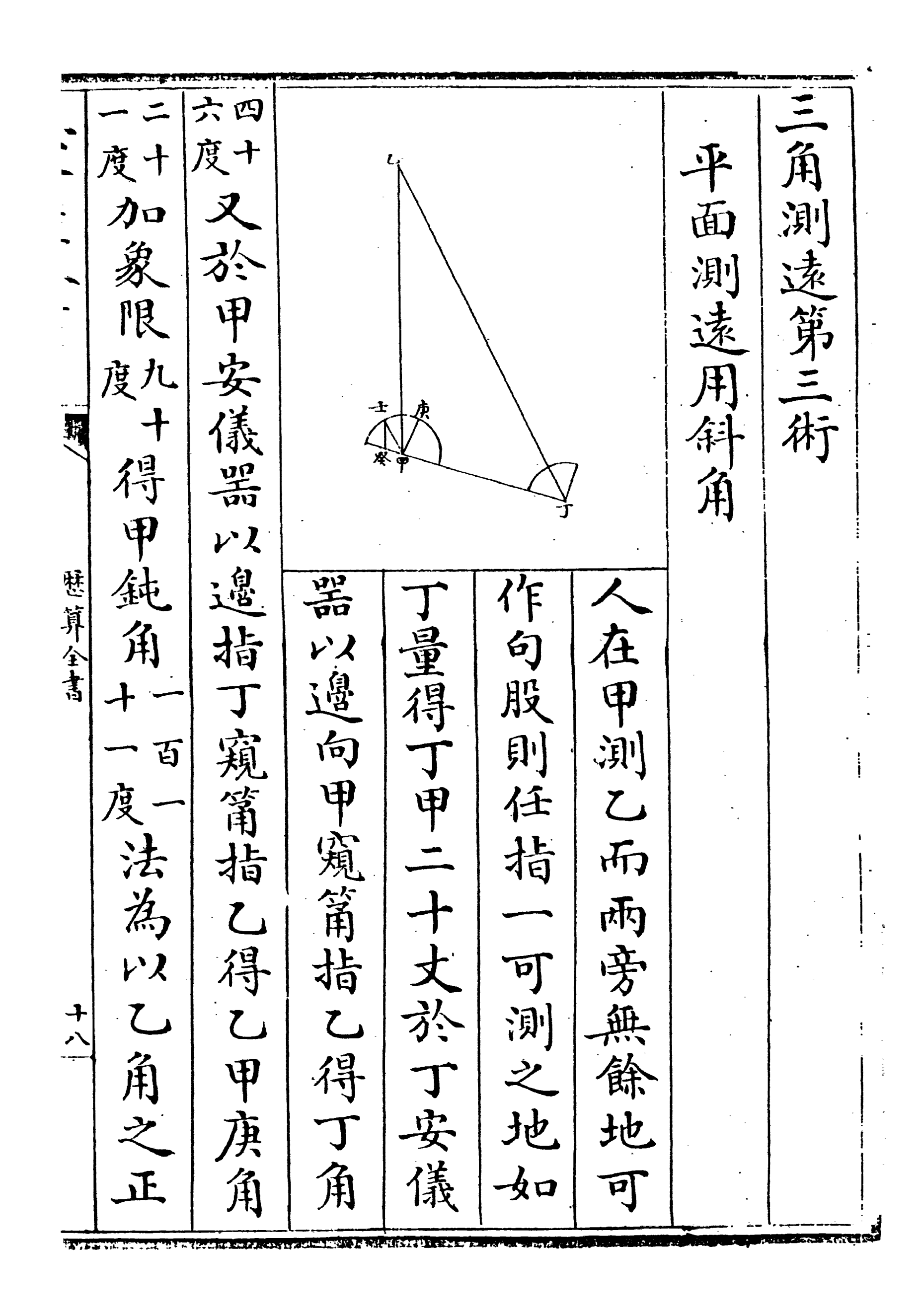
弦二十三度乃甲丁二角減半周之餘比丁甲若丁角之正弦與乙甲算得乙甲三十六丈八尺二寸

若求乙丁則為以乙角之正弦比丁甲若甲角之正弦與乙丁算得乙丁四十七丈七尺八寸甲為鈍角法同

省算法於儀器作壬甲線與乙丁平行作壬癸線與乙甲平行成壬癸甲小三角形與丁乙甲等則甲癸當甲丁而壬癸當甲乙又壬甲當乙丁用矩度同但于象限內作橫直分用同矩度

三角測遠第三術

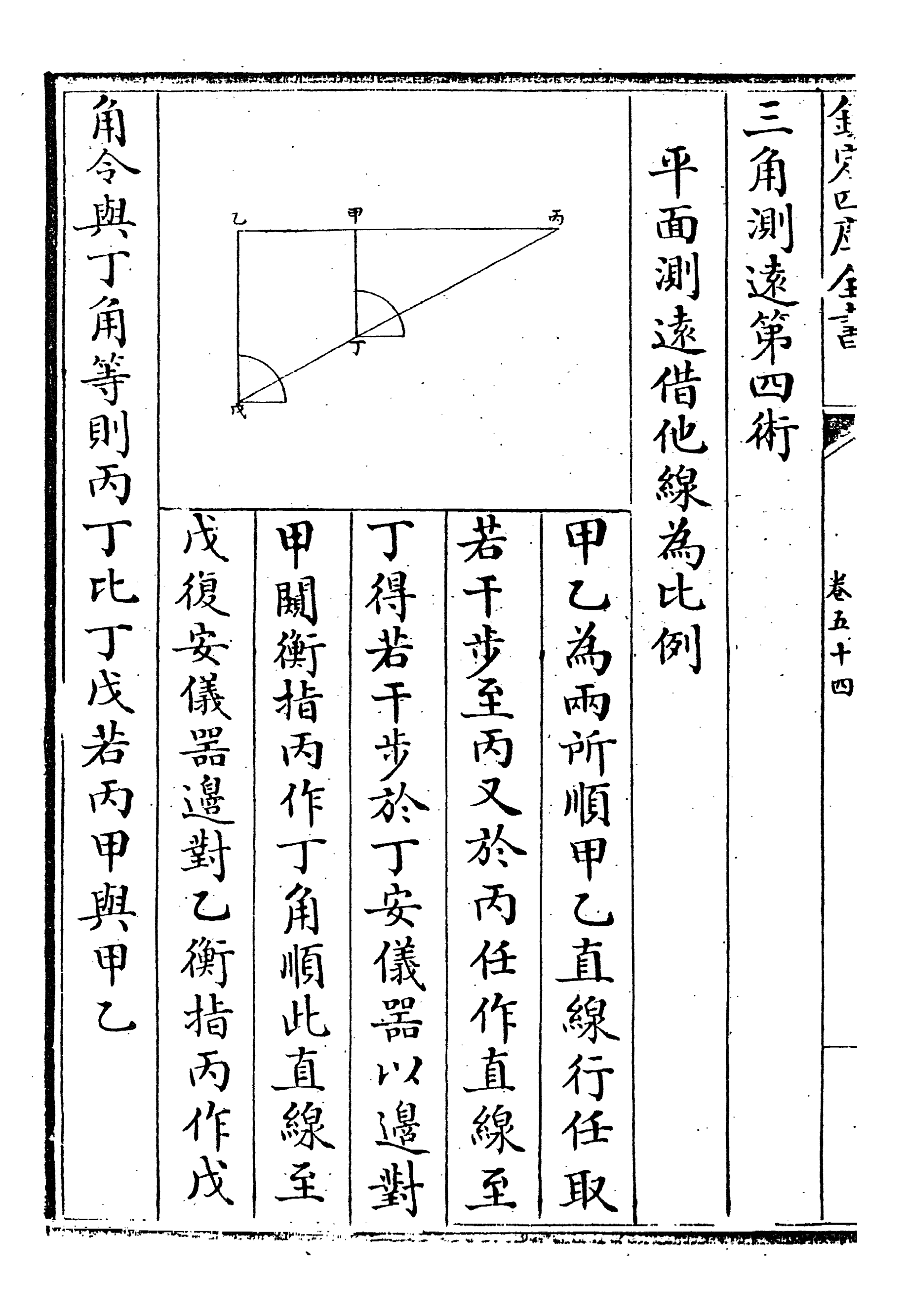
平面測遠用斜角



人在甲測乙而兩旁無餘地可作句股則任指一可測之地如丁量得丁甲二十丈於丁安儀器以邉向甲窺筩指乙得丁角四十六度又於甲安儀器以邉指丁窺筩指乙得乙甲庚角二十一度加象限九十度得甲鈍角一百一十一度法為以乙角之正

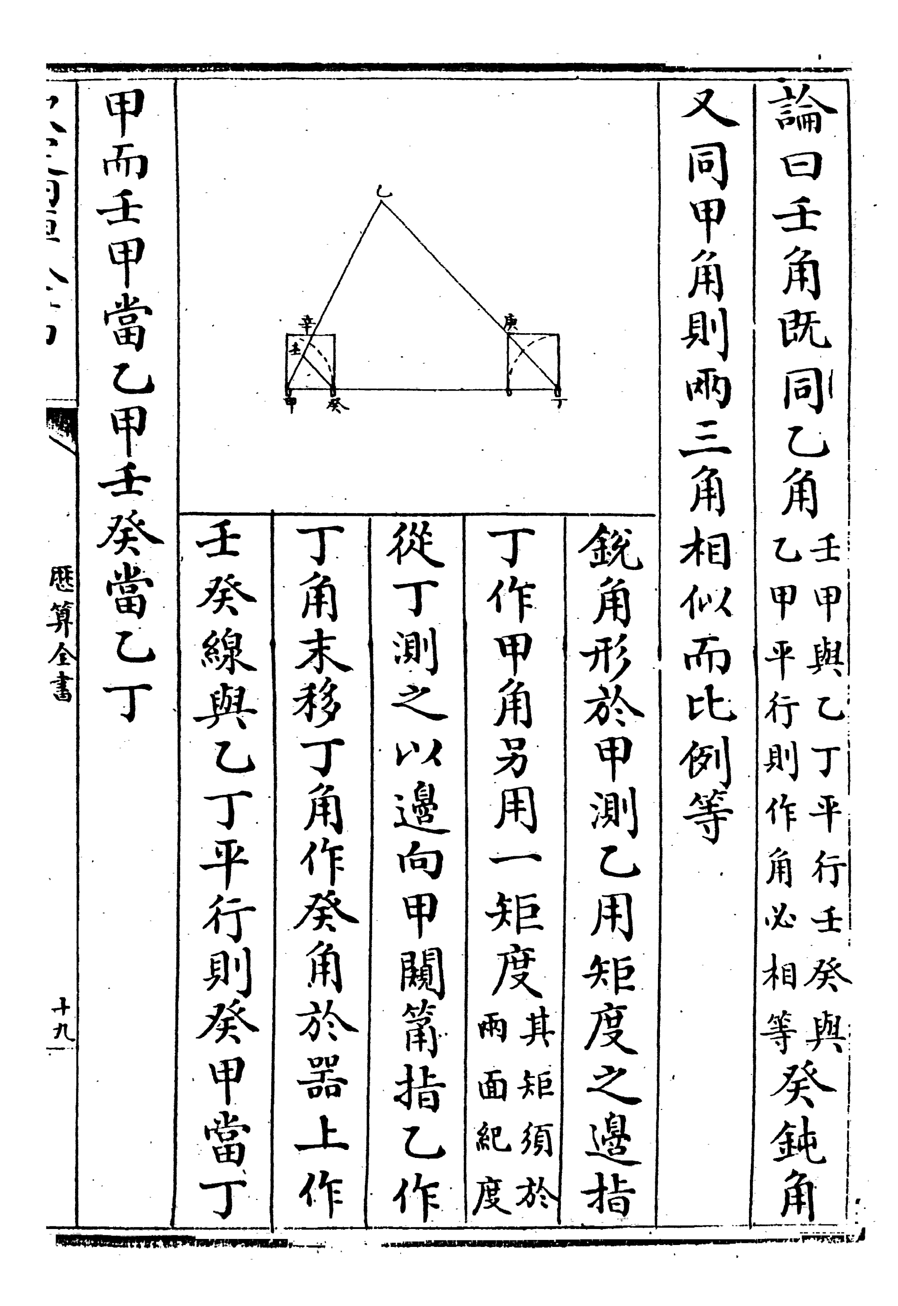
三角測遠第四術

平面測遠借他線為比例



甲乙為兩所順甲乙直線行任取若干步至丙又於丙任作直線至丁得若干步於丁安儀器以邉對甲闚衡指丙作丁角順此直線至戊復安儀器邉對乙衡指丙作戊角令與丁角等則丙丁比丁戊若丙甲與甲乙

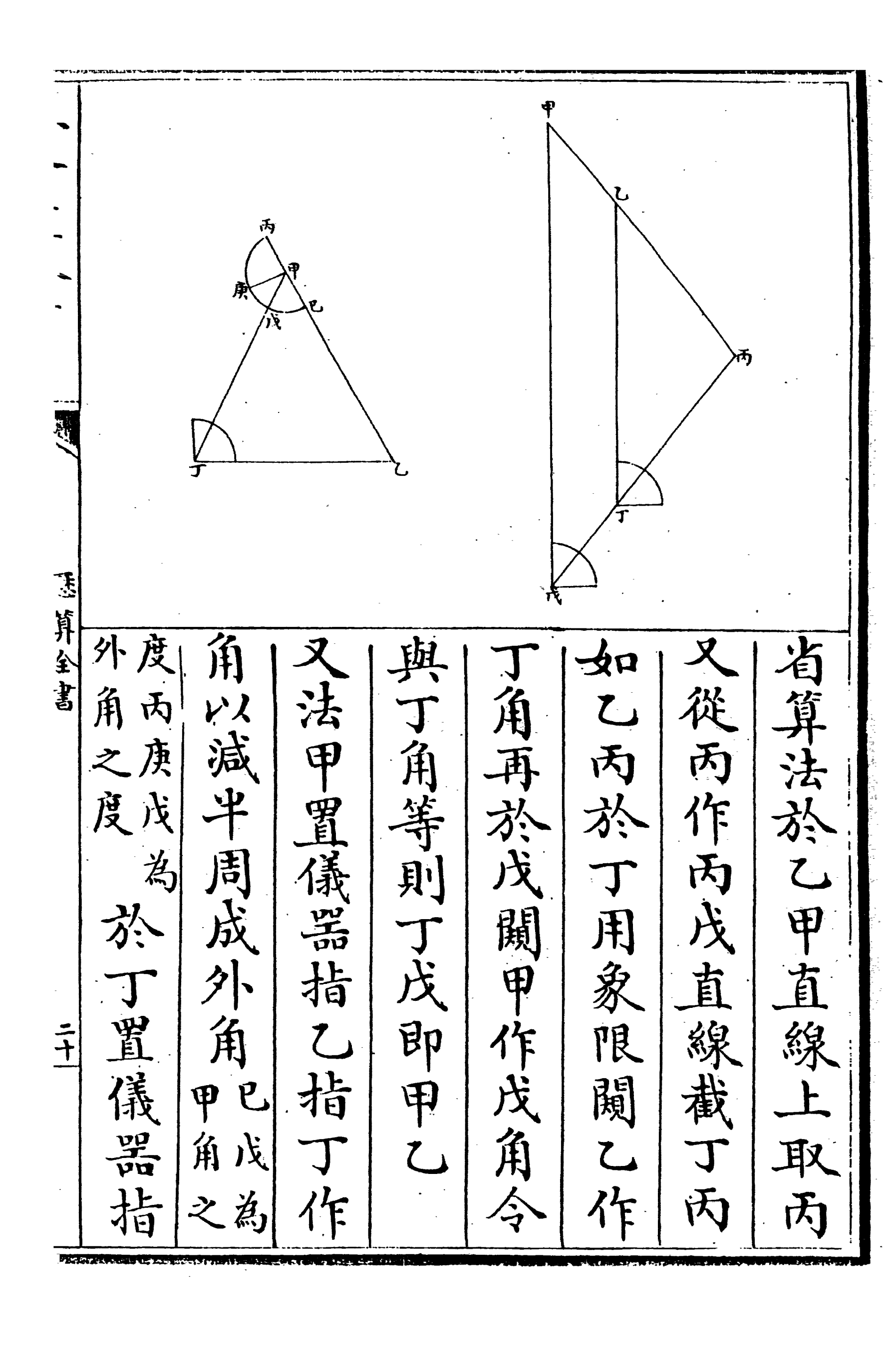
論曰壬角既同乙角壬甲與乙丁平行壬癸與乙甲平行則作角必相等癸鈍角又同甲角則兩三角相似而比例等



銳角形於甲測乙用矩度之邊指丁作甲角另用一矩度其矩須於兩面紀度從丁測之以邊向甲闚箭指乙作丁角末移丁角作癸角於器上作壬癸線與乙丁平行則癸甲當丁甲而壬甲當乙甲壬癸當乙丁

甲指乙使丁角如半外角之度但量甲丁即得甲乙

論曰凡外角能兼內餘二角乙丁之度丁角既為外角之半則乙角亦外角之半矣角等者所對之邊亦等故甲丁等甲乙



省算法於乙甲直線上取丙又從丙作丙戊直線截丁丙如乙丙於丁用象限闕乙作丁角再於戊闕甲作戊角令與丁角等則丁戊即甲乙

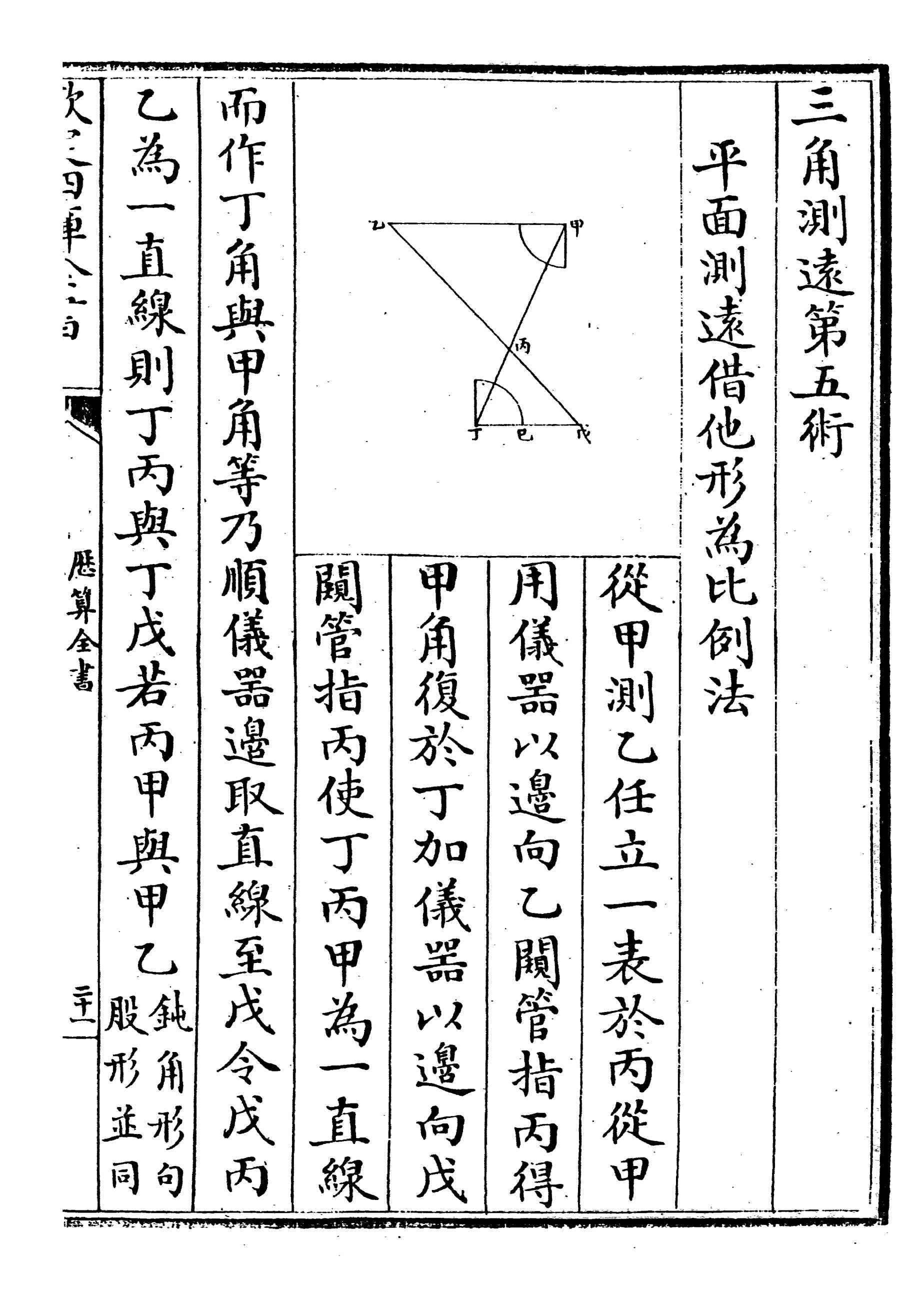
又法甲置儀器指乙指丁作角以減半周成外角巳戊為甲角之度丙庚戊為外角之度於丁置儀器指

一理

論曰丙戊丁與丙甲乙兩三角形相似以兩形之丙角為交角必相等而丁角又等甲角則戊角亦等乙角矣故其比例等

三角測遠第五術

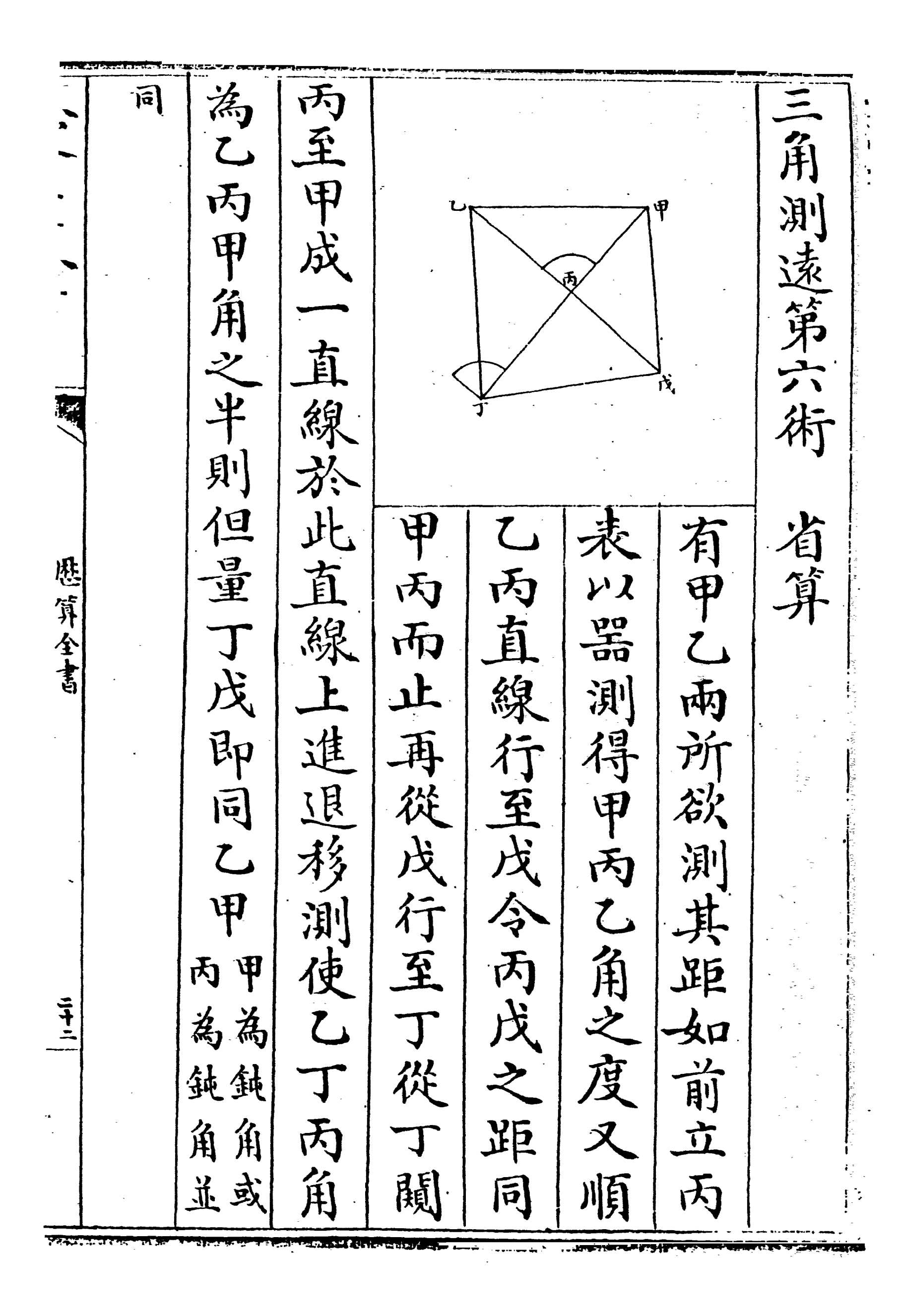
平面測遠借他形為比例法



從甲測乙任立一表於丙從甲用儀器以邊向乙闚管指丙得甲角復於丁加儀器以邊向戊闚管指丙使丁丙甲為一直線而作丁角與甲角等乃順儀器邊取直線至戊令戊丙乙為一直線則丁丙與丁戊若丙甲與甲乙鈍角形句股形並同

論曰甲丙與丙戊既相等乙丁丙角為乙丙甲外角之半則丙乙丁角亦外角之半是乙丙與丁丙亦等也而丙交角又等是甲丙乙三角形與戊丙丁形等角等邊也故丁戊即乙甲

三角測遠第六術　省算

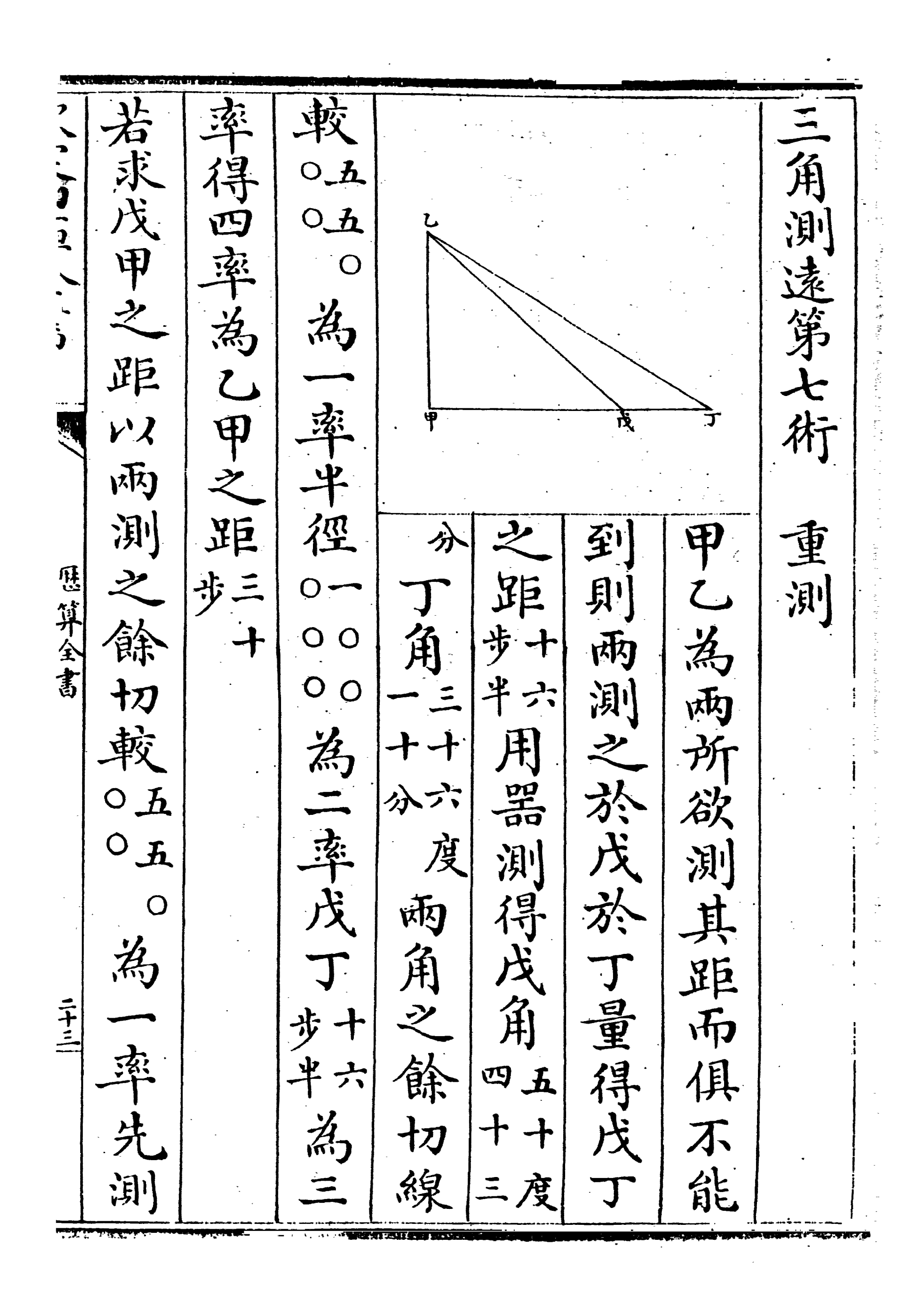


有甲乙兩所欲測其距如前立丙表以器測得甲丙乙角之度又順乙丙直線行至戊令丙戊之距同甲丙而止再從戊行至丁從丁闚丙至甲成一直線於此直線上進退移測使乙丁丙角為乙丙甲角之半則但量丁戊即同乙甲（甲為鈍角或丙為鈍角並同）

戊角之餘切〇八〇一八為二率丁戊十六步半為三率得四率戊甲二十四步五四

論曰此即古人重表測遠法也必丁戊甲直線與乙甲線橫直相遇使甲為正角其算始真假如乙甲正南北距則丁戊甲必正東西斯能橫直相交而成正角也

三角測遠第七術　重測



甲乙為兩所欲測其距而俱不能到則兩測之於戊於丁量得戊丁之距十六步半用器測得戊角五十度四十三分丁角三十六度一十分兩角之餘切線較五五〇〇〇為一率半徑一〇〇〇〇〇為二率戊丁十六步半為三率得四率為乙甲之距三十步

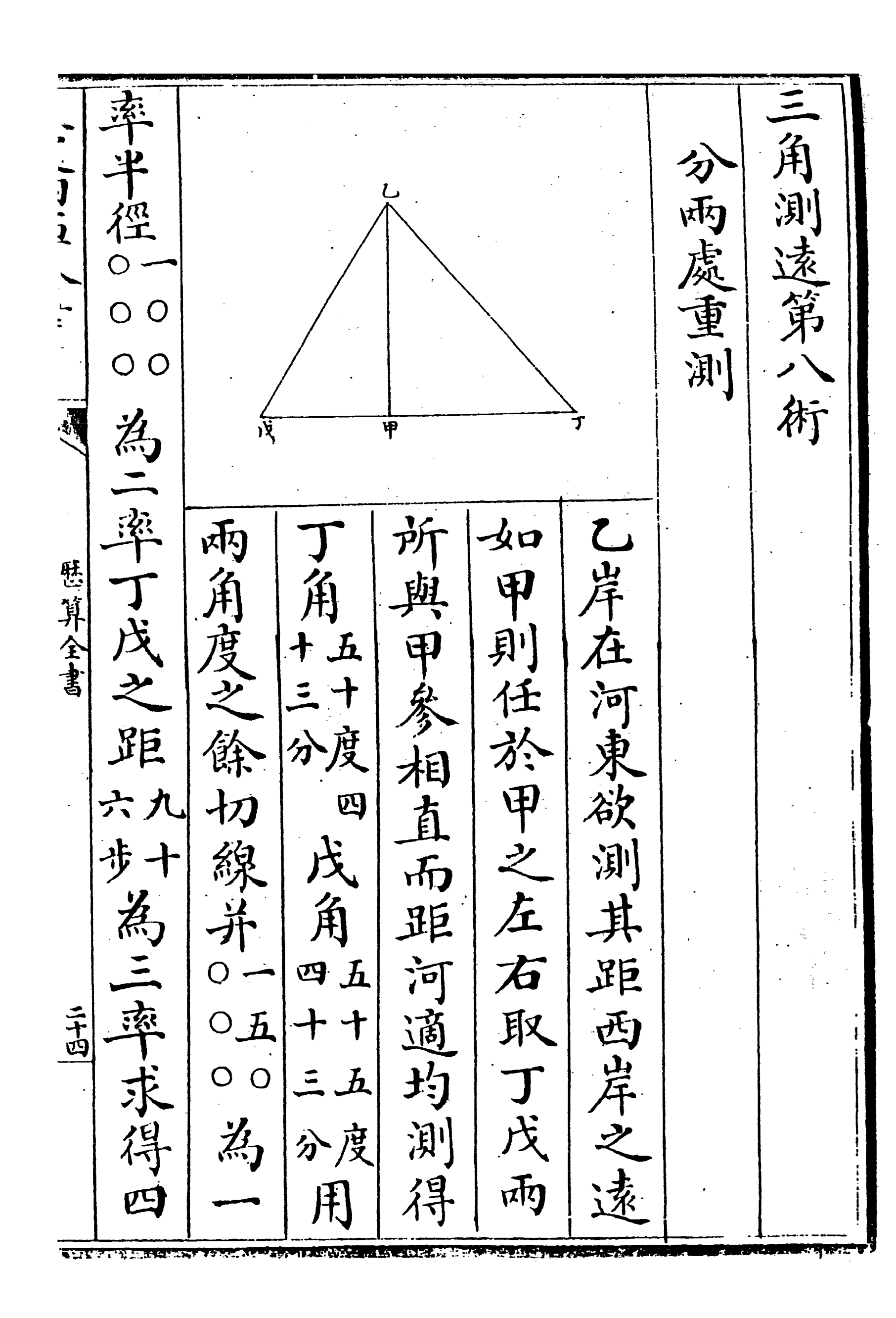
若求戊甲之距以兩測之餘切較五五〇〇〇為一率先測

率乙甲之距六十四步為兩岸闊

論曰此法但取丁戊直距與河岸平行則不必預求甲點而自有乙甲之距為丁戊之垂線尤便於測河視用切線較更簡捷而穩當矣

三角測遠第八術

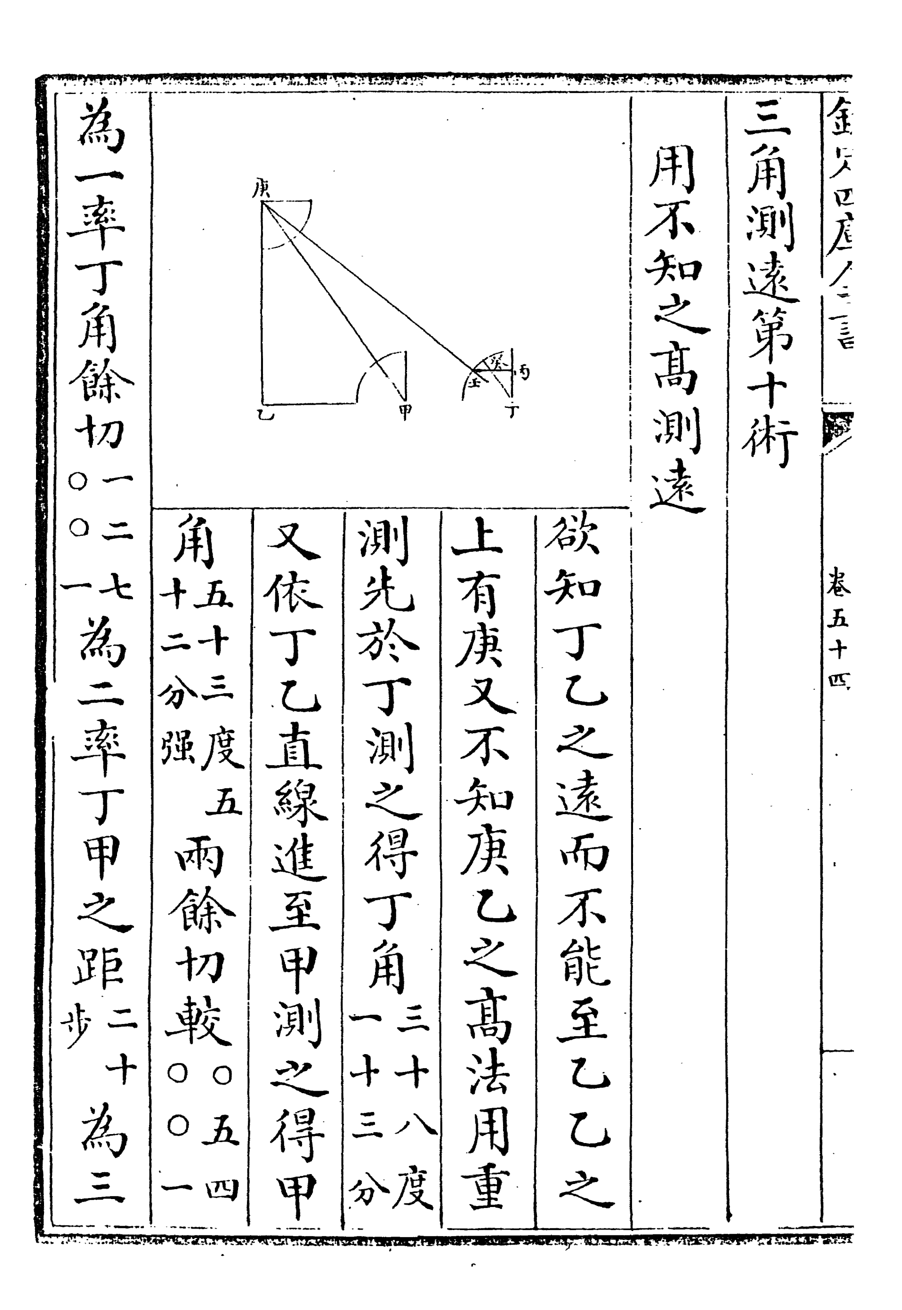
分兩處重測



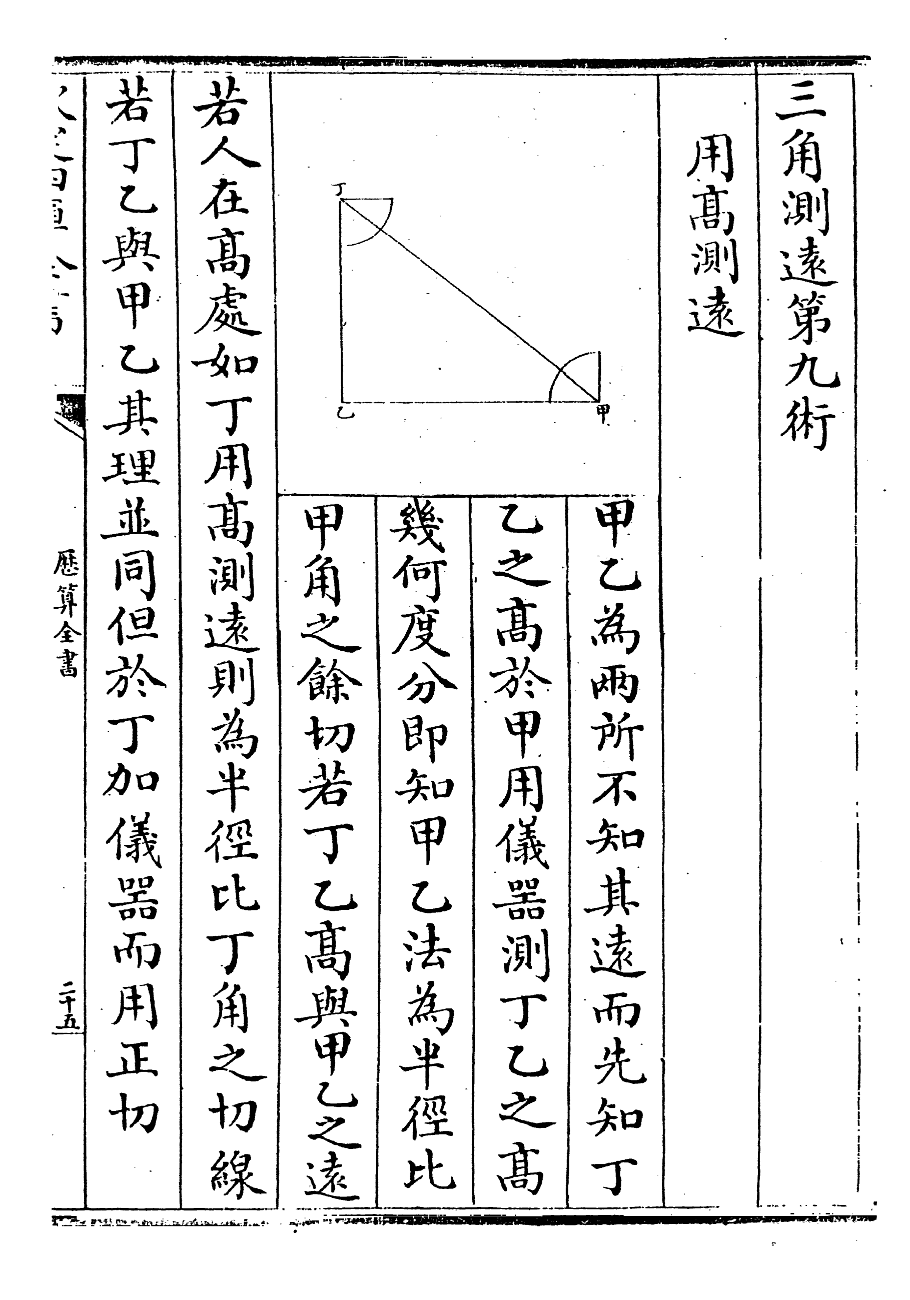
乙岸在河東欲測其距西岸之遠如甲則任於甲之左右取丁戊兩所與甲參相直而距河適均測得丁角五十度四十三分戊角五十五度四十三分用兩角度之餘切線并一五〇〇〇〇為一率半徑一〇〇〇〇〇為二率丁戊之距九十六步為三率求得四

三角測遠第十術

用不知之高測遠



欲知丁乙之遠而不能至乙乙之上有庚又不知庚乙之高法用重測先於丁測之得丁角三十八度一十三分又依丁乙直線進至甲測之得甲角五十三度五十二分強兩餘切較〇五四〇〇一為一率丁角餘切一二七〇〇一為二率丁甲之距二十步為三



三角測遠第九術

用高測遠

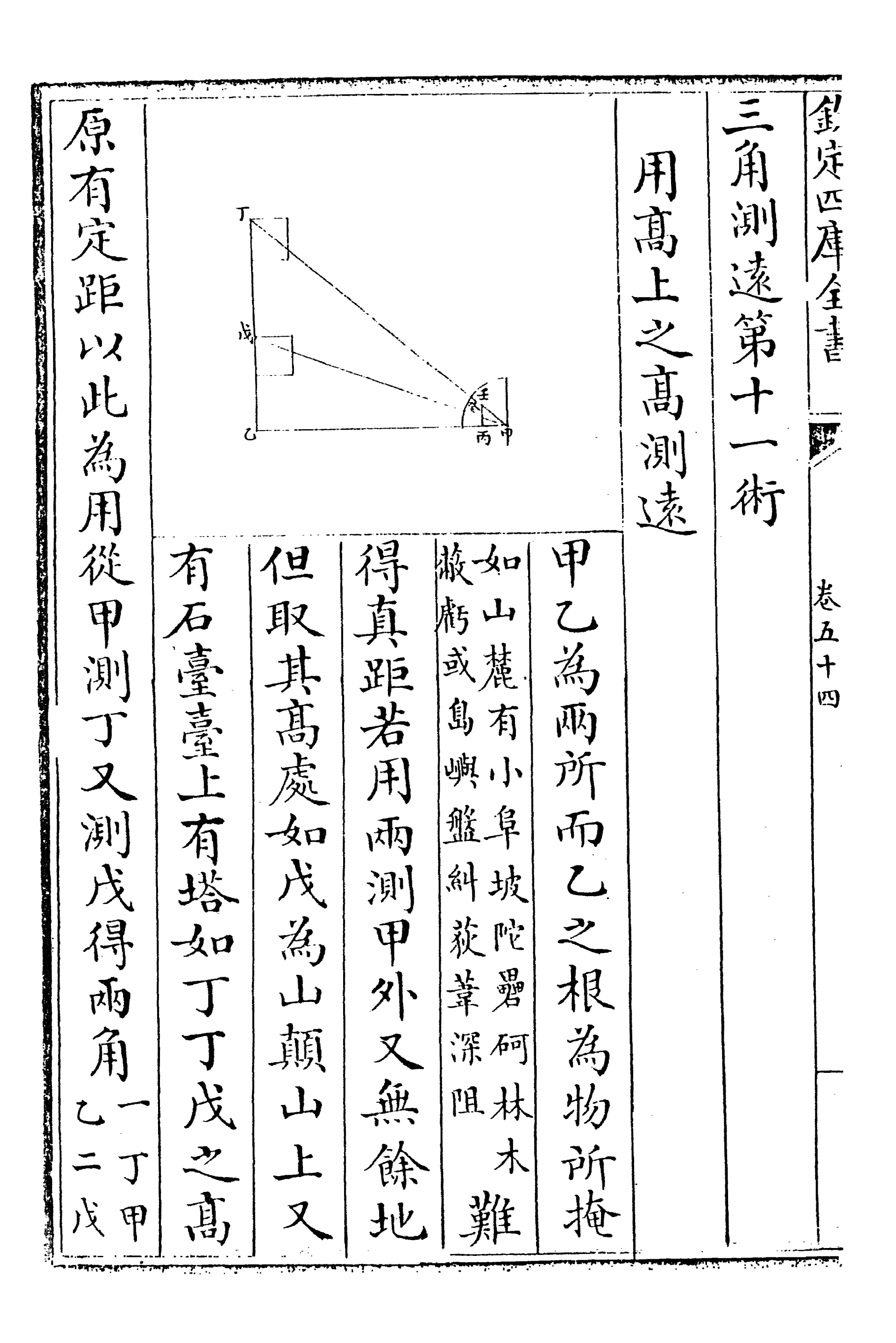
甲乙為兩所不知其遠而先知丁乙之高於甲用儀器測丁乙之高幾何度分即知甲乙法為半徑比甲角之餘切若丁乙高與甲乙之遠

若人在高處如丁用高測遠則為半徑比丁角之切線

若丁乙與甲乙其理並同但於丁加儀器而用正切

三角測遠第十一術

用高上之高測遠



甲乙為兩所而乙之根為物所掩（如山麓有小阜坡陀礐砢林木蔽虧或島嶼盤紆荻葦深阻）難得真距若用兩測甲外又無餘地但取其高處如戊為山顛山上又有石臺臺上有塔如丁丁戊之高原有定距以此為用從甲測丁又測戊得兩角（一丁甲乙二戊

率得四率丁乙四十七步〇三　或丁後有餘地退後測之亦同

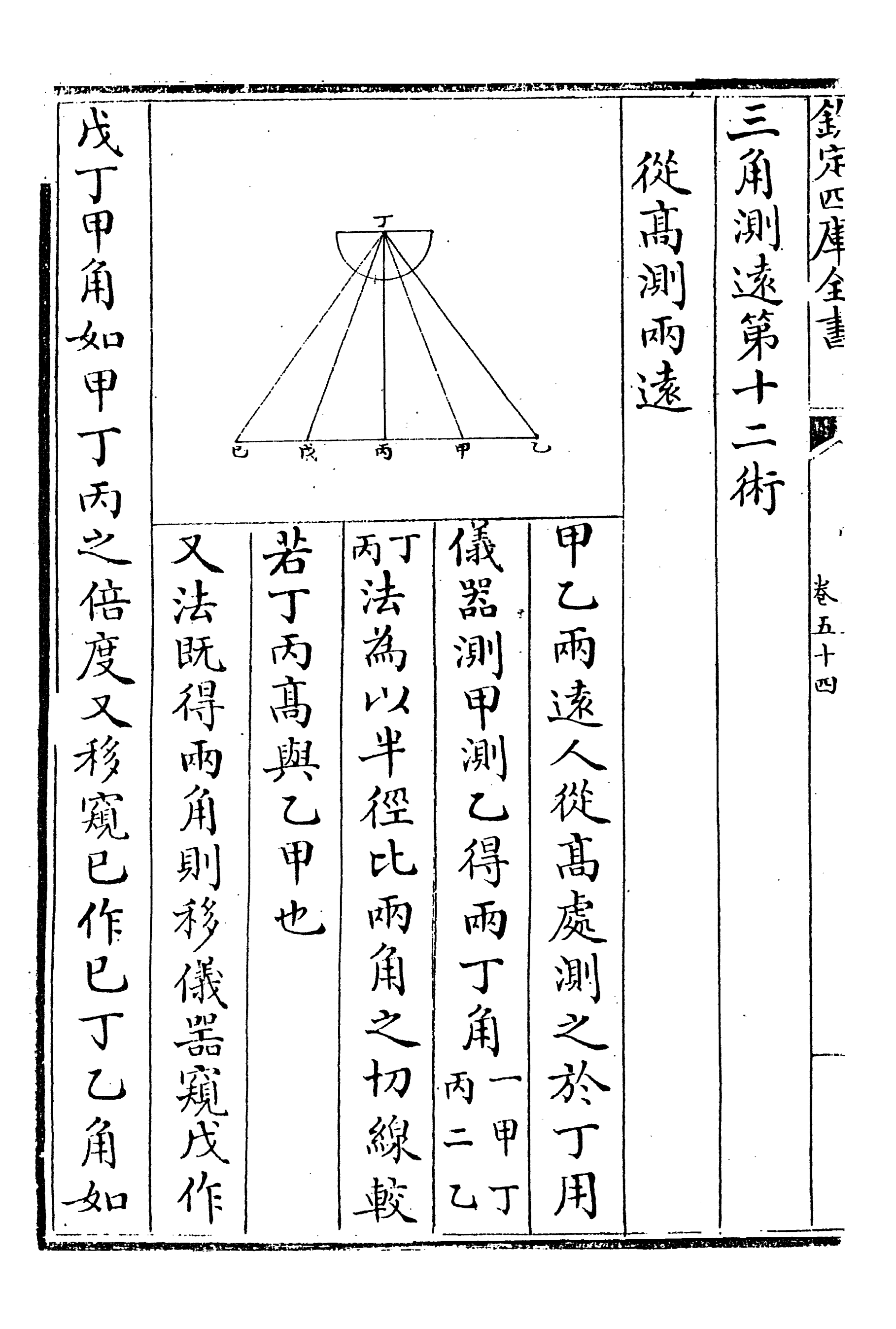
省算作壬癸丙線以壬癸分當丁甲之距壬丙當丁乙之遠

若人在高處如庚於庚測丁測甲以求丁乙其法亦同

但於庚施儀器而用正切法為以兩庚角之切線較比丁庚乙之切線若丁甲與丁乙

三角測遠第十二術

從高測兩遠



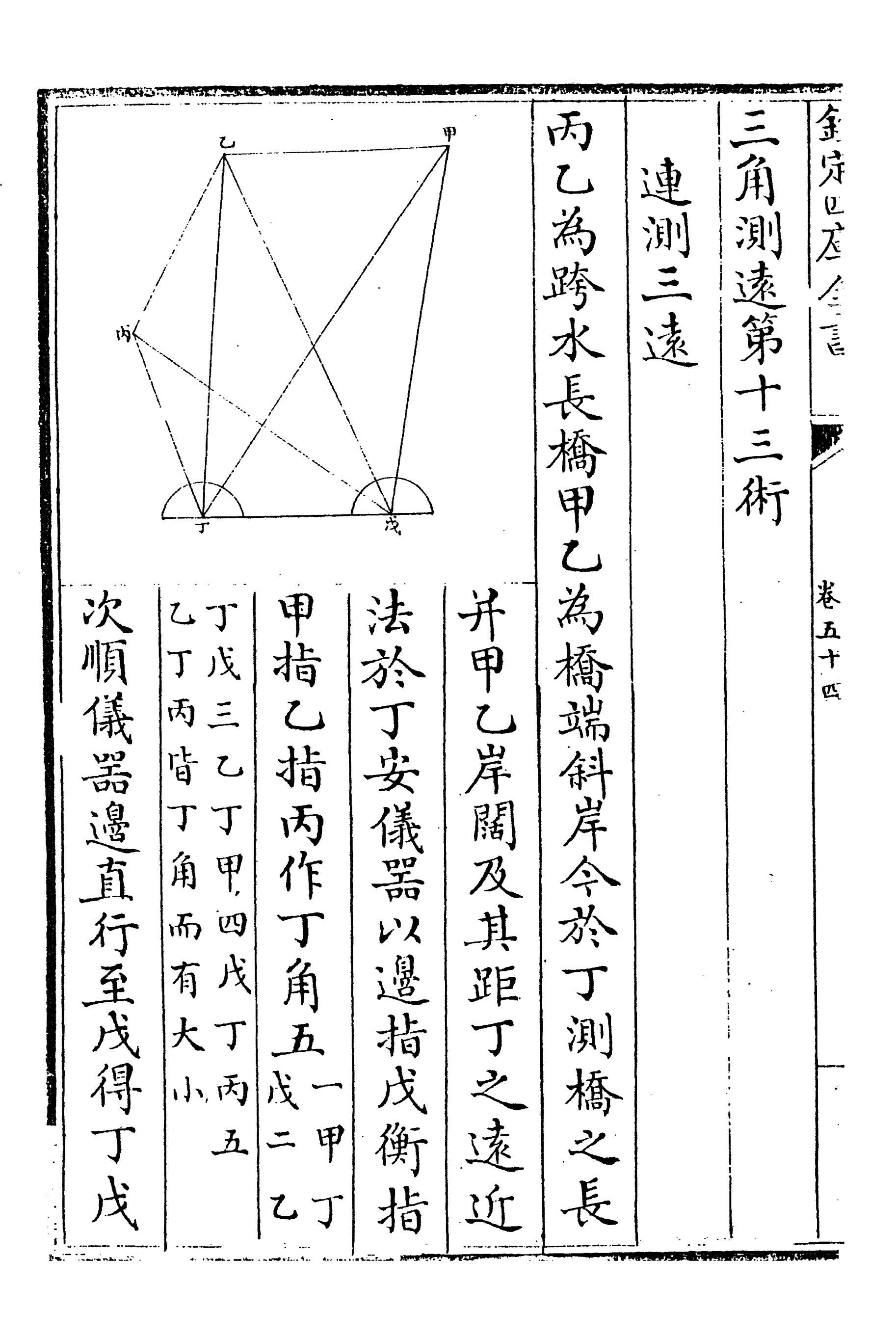
甲乙兩遠人從高處測之於丁用儀器測甲測乙得兩丁角一甲丁丙二丙丁乙法為以半徑比兩角之切線較若丁丙高與乙甲也

又法既得兩角則移儀器窺戊作戊丁甲角如甲丁丙之倍度又移窺巳作巳丁乙角如

甲乙求其切線法爲以切線較比半徑若丁戊與乙甲

省算作壬癸丙小線以壬癸當丁戊則甲丙當甲乙矩度同

若從高測遠則於丁於戊兩用儀器測甲用丁戊兩角之餘切較以當丁戊而半徑當甲乙其理亦同



三角測遠第十三術

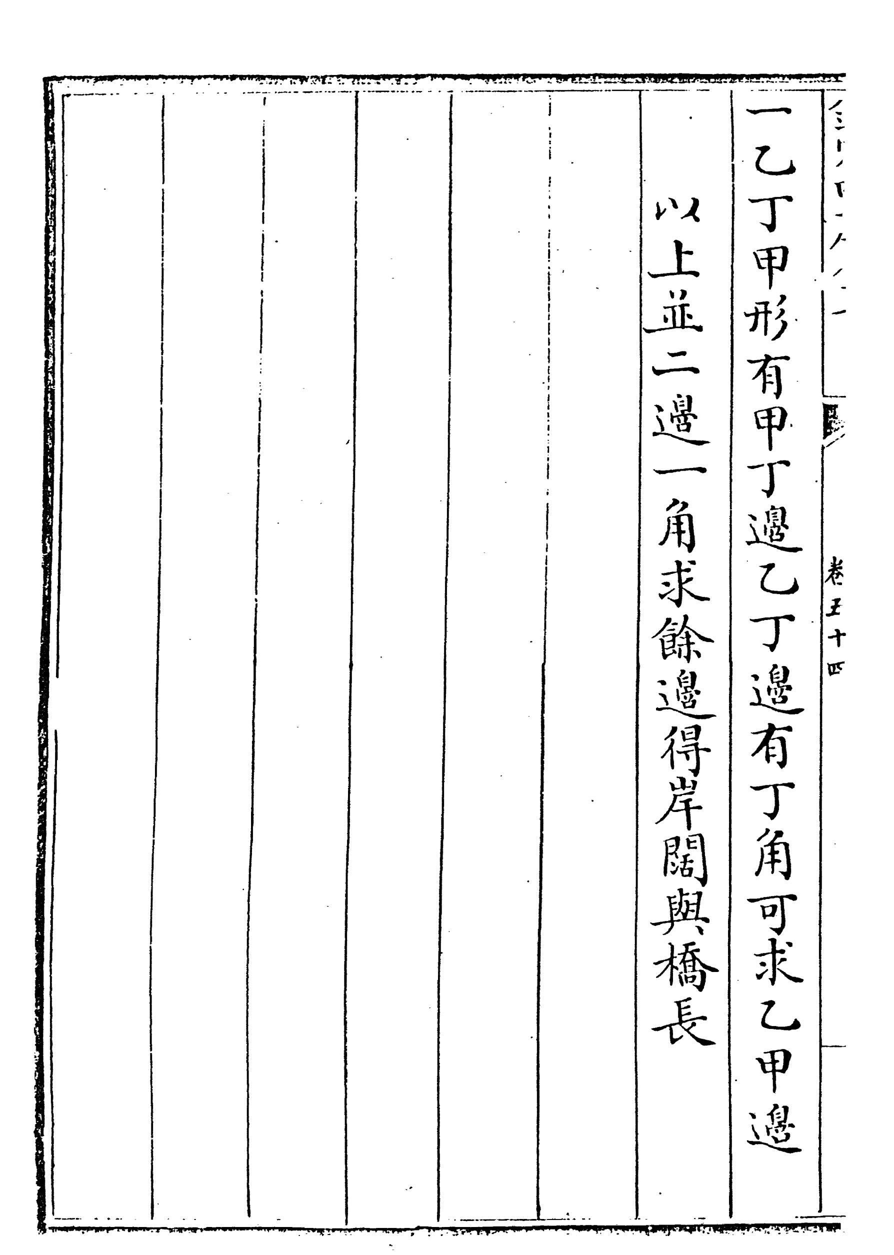
連測三遠

丙乙為跨水長橋甲乙為橋端斜岸令於丁測橋之長并甲乙岸闊及其距丁之遠近

法於丁安儀器以邉指戊衡指甲指乙指丙作丁角五一甲丁戊二乙丁戊三乙丁甲四戊丁丙五乙丁丙皆丁角而有大小

次順儀器邉直行至戊得丁戊

乙丁丙之倍度則但量已戊即知乙甲



一乙丁甲形有甲丁邊乙丁邊有丁角可求乙甲邊

以上並二邊一角求餘邊得岸闊與橋長

之距於戊復用儀器以邊指丁衡指丙指乙指甲作戊角三一丁戊丙二乙戊丙三甲戊丁皆戊角而有大小

一甲丁戊形有丁戊角有丁戊邊可求甲丁邊

一乙丁戊形有丁角戊角有丁戊邊可求乙丁邊

一戊丁丙形有戊角丁角有丁戊邊可求丁丙邊

以上並二角一邊求餘邊得甲乙丙三處距丁之遠近

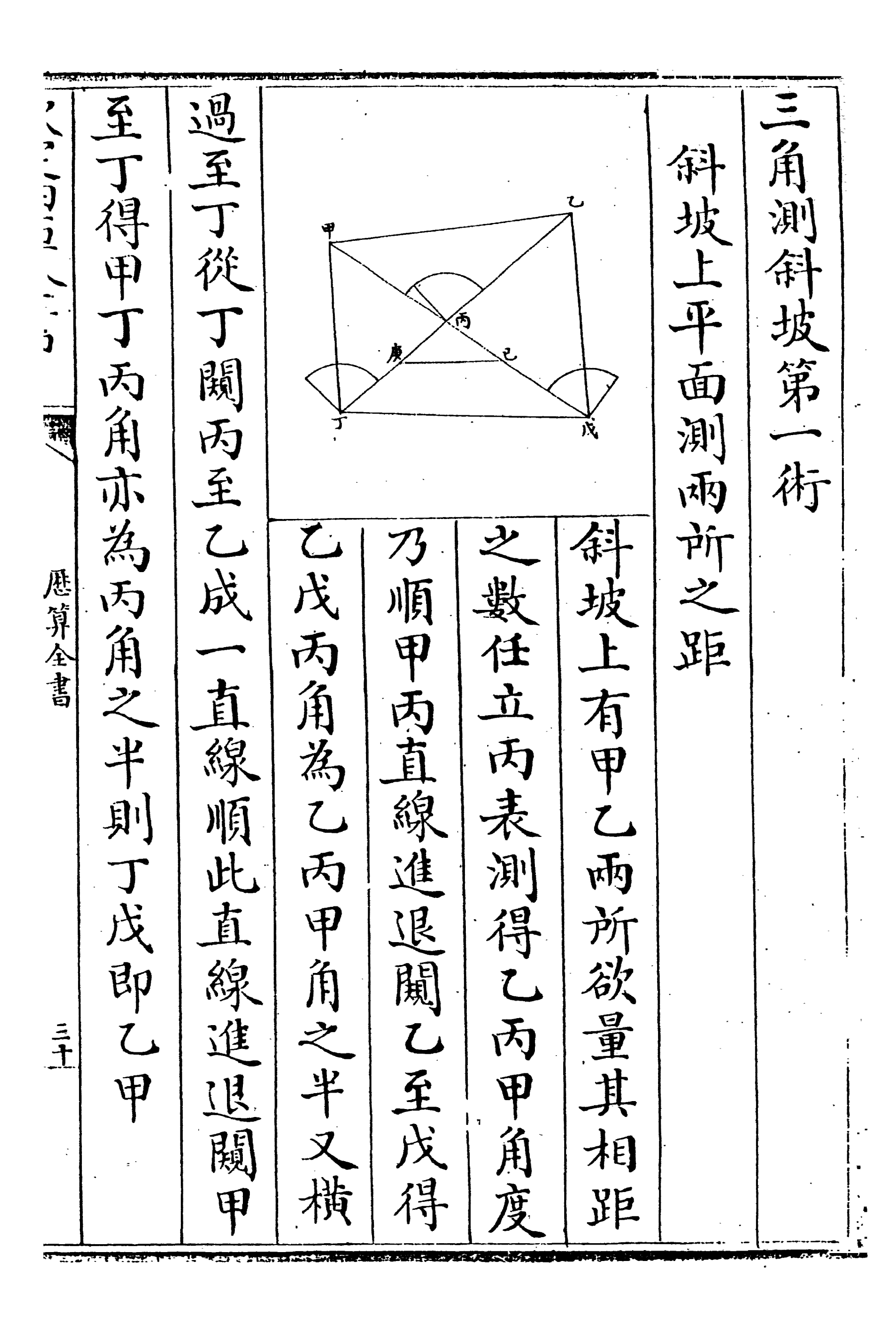
一乙丁丙形有丙丁邊乙丁邊有丁角可求乙丙邊

又法不必立表但任指一點為丙而於甲丙直線上任取巳點乙丙直線上任取庚點作庚丙巳三角形有巳角庚角即知丙角末乃如上作丁戊兩角為丙角之半即所求

論曰此因乙甲在斜面高處而不能到故借用丁丙戊形測之以丁丙戊乙丙甲兩形相等故也何則丙交角既等而乙丙甲外角原兼有丙乙戊乙戊丙兩角之度戊角既分其半乙角亦半則兩角等而乙丙戊丙兩邊

三角測斜坡第一術

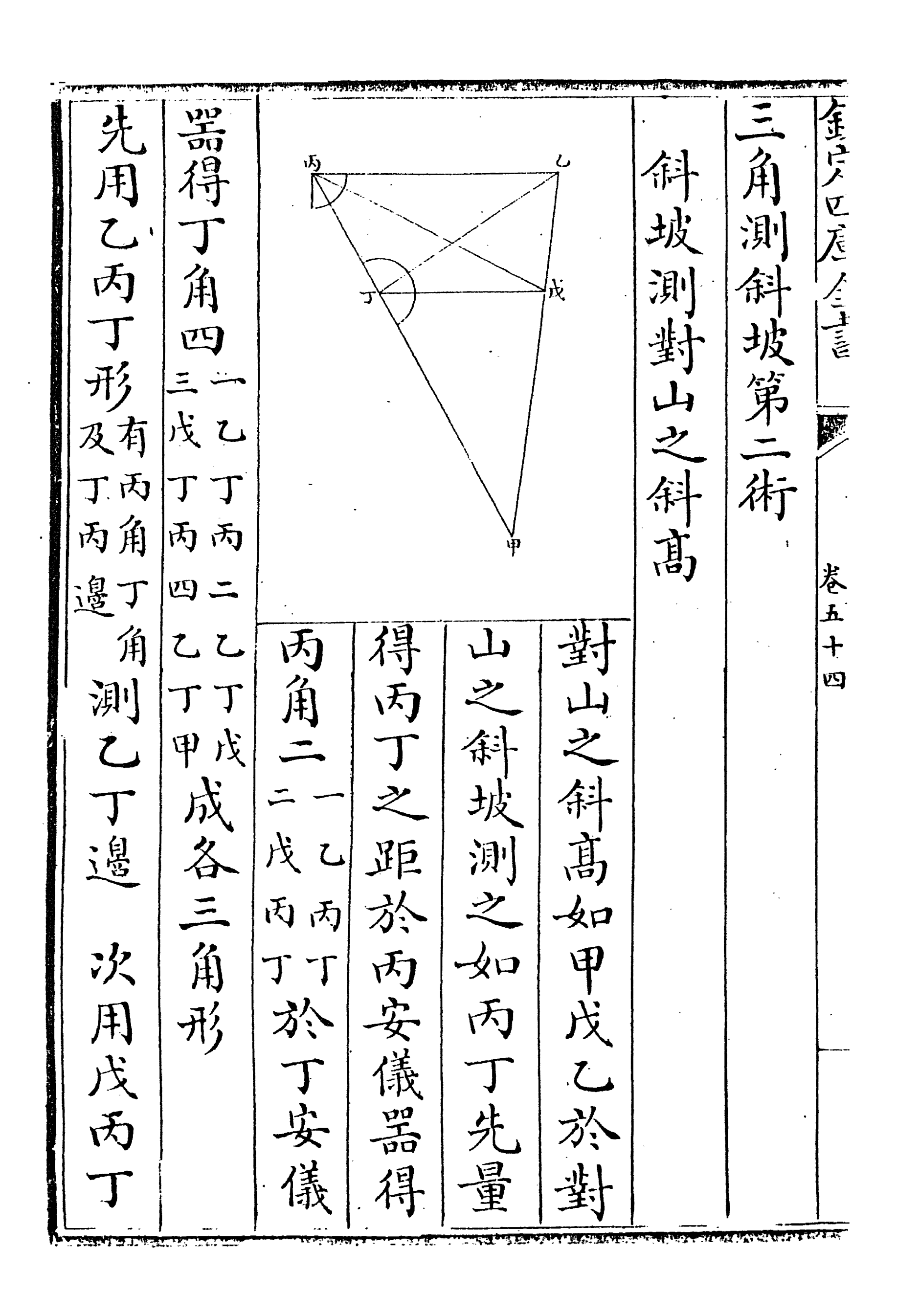
斜坡上平面測兩所之距



斜坡上有甲乙兩所欲量其相距之數任立丙表測得乙丙甲角度乃順甲丙直線進退闚乙至戊得乙戊丙角為乙丙甲角之半又横過至丁從丁闚丙至乙成一直線順此直線進退闚甲至丁得甲丁丙角亦為丙角之半則丁戊即乙甲

三角測斜坡第二術

斜坡測對山之斜高



對山之斜高如甲戊乙於對山之斜坡測之如丙丁先量得丙丁之距於丙安儀器得丙角二一乙丙丁二戊丙丁於丁安儀器得丁角四一乙丁丙二乙丁戊三戊丁丙四乙丁甲成各三角形

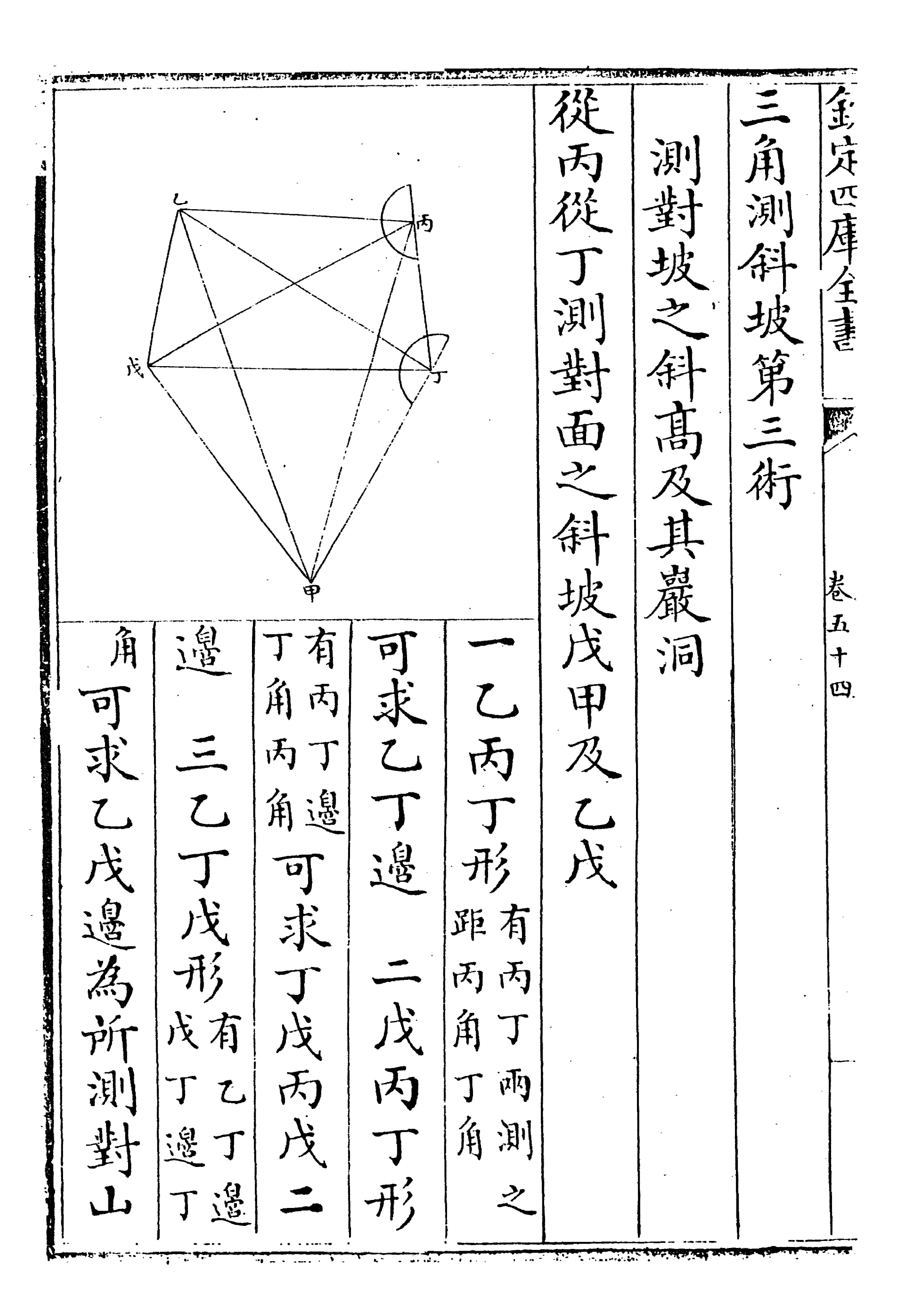
先用乙丙丁形有丙角丁角及丁丙邊測乙丁邊　次用戊丙丁

亦等矣準此論之則甲丁丙角為丙外角之半者丁甲丙角亦必為丙外角之半而甲丙丁丙亦等矣兩形之角既等各兩邊又等則三邊俱等而戊丁即乙甲若甲乙兩所在下而丁戊兩測在上亦同

三角測斜坡第三術

測對坡之斜高及其巖洞

從丙從丁測對面之斜坡戊甲及乙戊



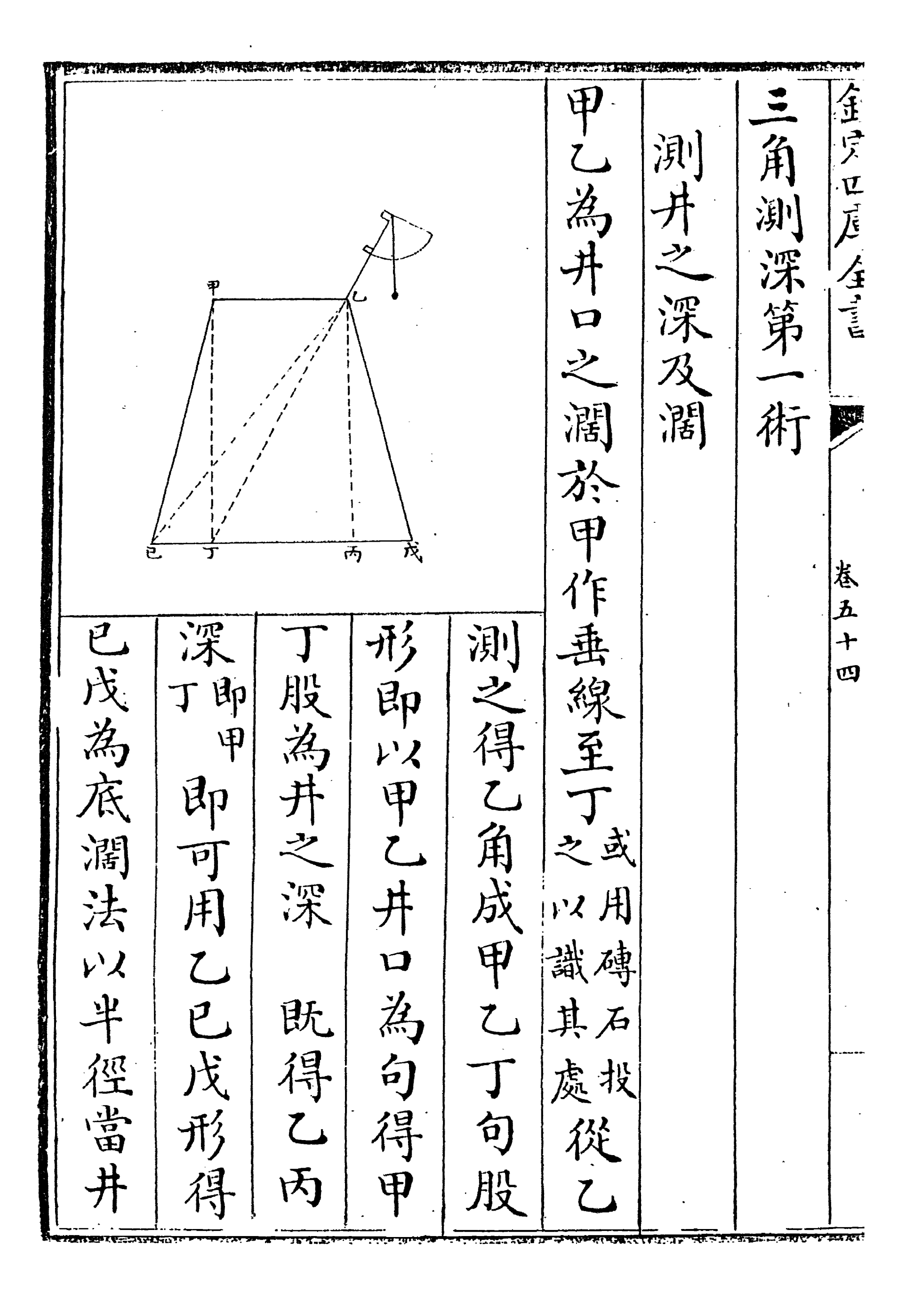
一乙丙丁形有丙丁兩測之距丙角丁角可求乙丁邊　二戊丙丁形有丙丁邊丁角丙角可求丁戊丙戊二邊　三乙丁戊形有乙丁邊戊丁邊丁角可求乙戊邊為所測對山

形（有丙丁二角及丁丙邊）測丁戊邊　三用乙丁戊形（有乙丁戊丁二邊及丁角）測乙角及乙戊邊　四用乙丁甲形（有乙角丁角及乙丁邊）測乙甲邊乙甲內減乙戊得戊甲邊（乙戊甲為垂線之高法同）

三角測深第一術

測井之深及濶

甲乙為井口之濶於甲作垂線至丁（或用磚石投之以識其處）從乙



測之得乙角成甲乙丁句股形即以甲乙井口為句得甲丁股為井之深　既得乙丙深（即甲丁）即可用乙巳戊形得巳戊為底濶法以半徑當井

上斜入之巖　四丙丁甲形有丁角丙角丙丁邊可求丙甲邊

五甲丙戊形有丙戊邊丙甲邊丙角可求戊甲邊為所測對坡斜

高

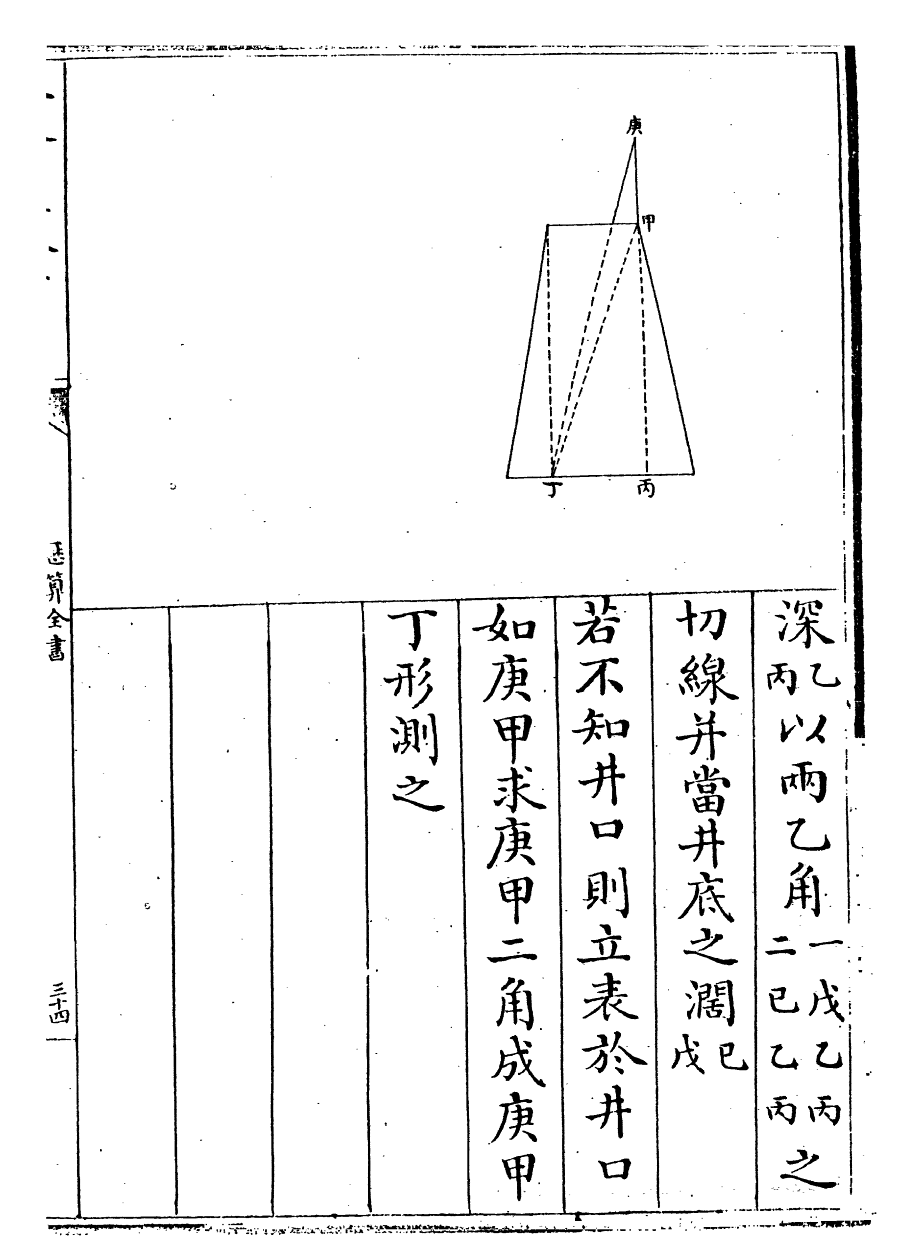
或戊為高處基址乙為房檐亦同

三角測深第二術

登兩山測谷深

先於二山取甲乙之平面得其距數為横線即可用三角形求丙丁垂線為谷之深與測高同理亦可用以測高法為甲乙兩角之餘切線并比半徑若甲乙與丙丁也

論曰深與高同理測深之法即測高之法也存此數則以發其例有不盡者於測高諸術詳之可也



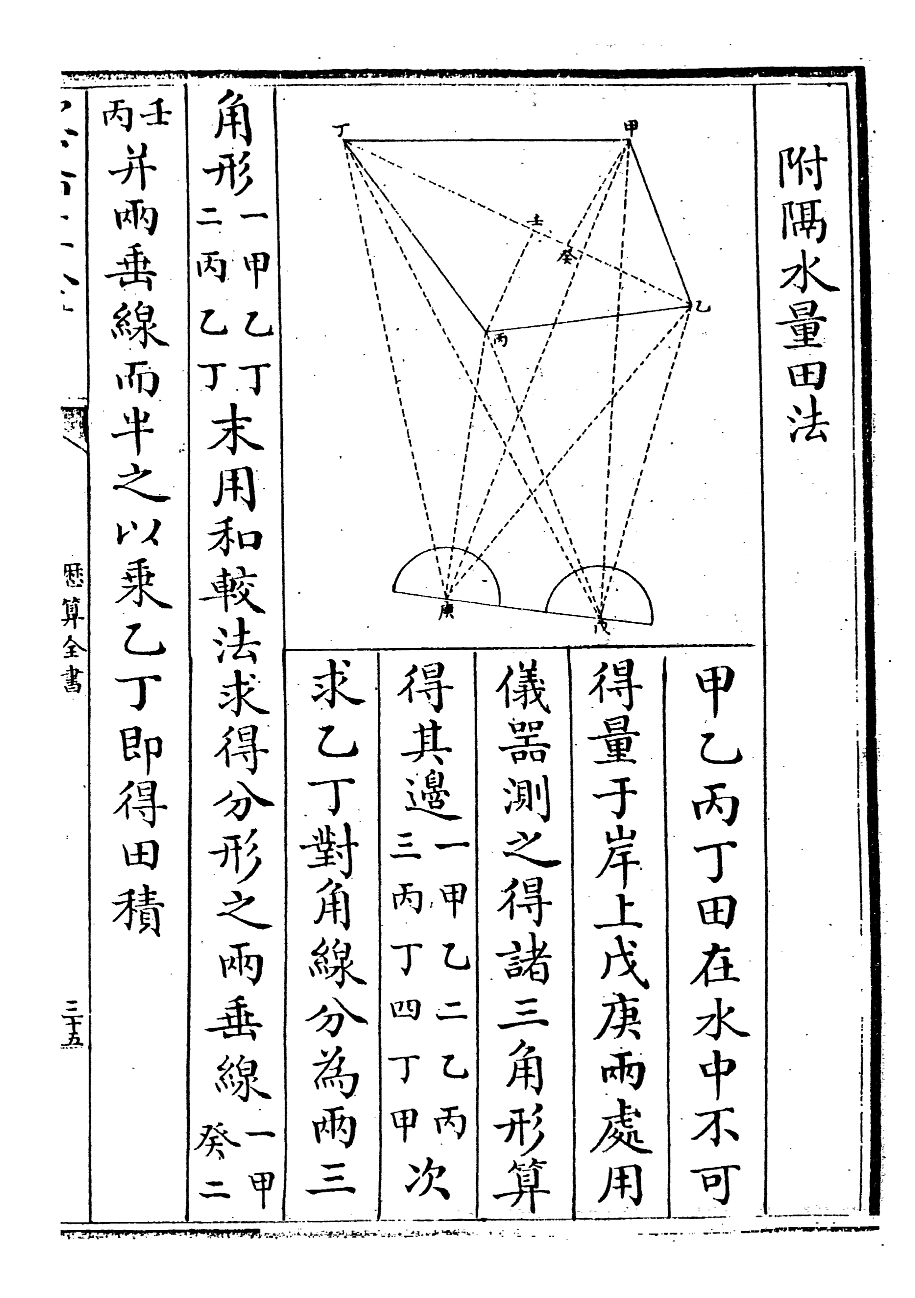
深乙丙以兩乙角一戊乙丙二巳乙丙之切線并當井底之濶巳戊

若不知井口則立表於井口如庚甲求庚甲二角成庚甲丁形測之

或用三較連乘法求三角形積并之亦同

凡有平面形在峭壁懸崖之上及屋上承塵可以仰觀者並可以此法測之

附隅水量田法



甲乙丙丁田在水中不可得量于岸上戊庚兩處用儀器測之得諸三角形算得其邊一甲乙二乙丙三丙丁四丁甲次求乙丁對角線分為兩三角形一甲乙丁二丙乙丁末用和較法求得分形之兩垂線一甲癸二壬丙并兩垂線而半之以乘乙丁即得田積

丙寅加丁寅即辰丙為辰寅總弧其餘弦辰卯即子癸丙寅內減丁寅為丑寅即丙丁存弧其餘弦癸丑以子癸減癸丑餘子丑平分之於壬為壬子或壬丑即四率其壬子壬丑皆與戊己等此因總弧不及象限故以兩餘弦相減

甲寅象限弧甲乙半徑全數為首率

丙寅弧之正弦丙辛為二率

解測量全義一卷十二題加減法

甲寅象限弧　甲乙半徑全數為首率

丙寅弧之正弦丙辛為一率

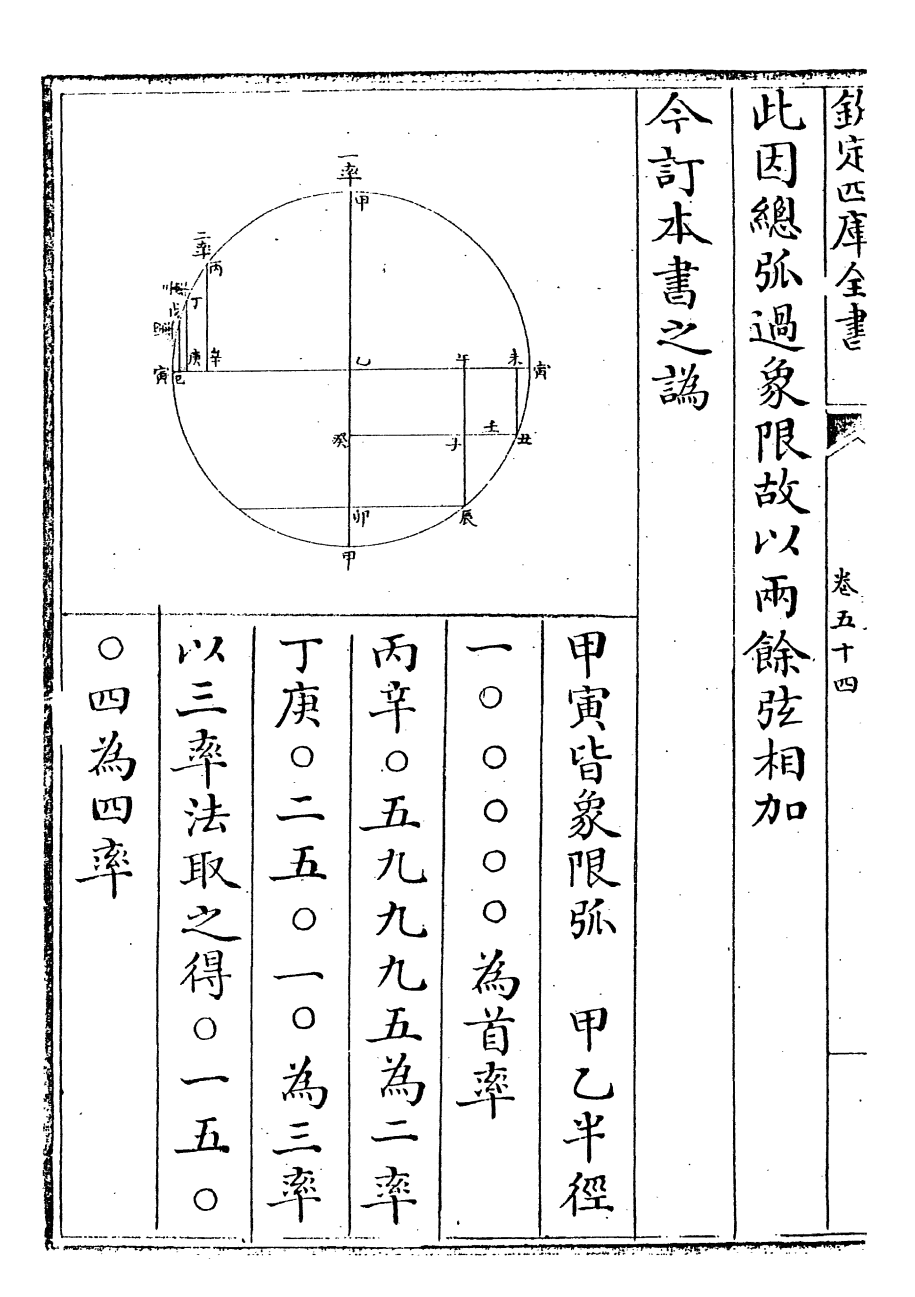
丁寅弧之正弦丁庚為三率

戊已為四率

二三相乘為實首率為法法除實得四此本法也今以加減得之則不用乘除

此因總弧過象限故以兩餘弦相加

今訂本書之譌



甲寅皆象限弧　甲乙半徑

一〇〇〇〇〇為首率

丙辛〇五九九九五為二率

丁庚〇二五〇一〇為三率

以三率法取之得〇一五〇

〇四為四率

丁寅弧之正弦丁庚為三率

戊巳為四率

以上皆與前同

丙寅加丁寅（即辰丙）為辰寅總弧（此總弧大於象限）其餘弦卯辰（即子癸）丙寅內減丁寅（即丙丑）餘丑寅為存弧其餘弦丑癸

以子癸加丑癸為子丑半之於壬分為壬子及壬丑二線皆與戊巳同即為四率如所求

今用加減法

以丙辛線為正弦查其弧得丙寅三十六度五十二分亦以丁庚線為正弦查其弧得丁寅十四度二十九分以丙寅弧與丁寅弧相加得總弧辰寅五十一度二十一分其餘弦〇六二四五六如辰卯即子癸又以丙寅弧與丁寅弧相減得存弧丑寅二十二度二十三分其餘弦〇九二四六六如丑癸

因總弧小於象限當以兩餘弦相減其較〇三〇〇一

○如子丑於丑癸內減子癸得之乃平分子丑於壬其數○一五○○五為壬丑或壬子皆與戊巳同即為四率此所得與三率所推但有微差而不相遠

按此以加減代乘除依其法宜如此今刻本相減相并訛為并而相減又於相并之弧訛為五十度二十分相減之存弧訛為二十二度二十四分故其正弦皆訛而所得之四率只一四三一與三率所推不合矣

又按以加減代乘除之法不過以明圖法之妙其中又

有此用耳若以入算終不如乘除之便何也設問每多整數而正弦之數皆有畸零不能恰合一也先用設數求弧度必用中比例始得相合則於弧度亦有畸零二也弧度既有畸零則其查餘弦又必用中比例三也兩餘弦有用加之時有用減之時易至於訛四也及其所得四率以較三率法之所得終有尾數之差五也蓋論數學則宜造其微而施之於用則貴其簡易若可以簡易者而故引之繁重又何貴乎故曰不如乘除之便也

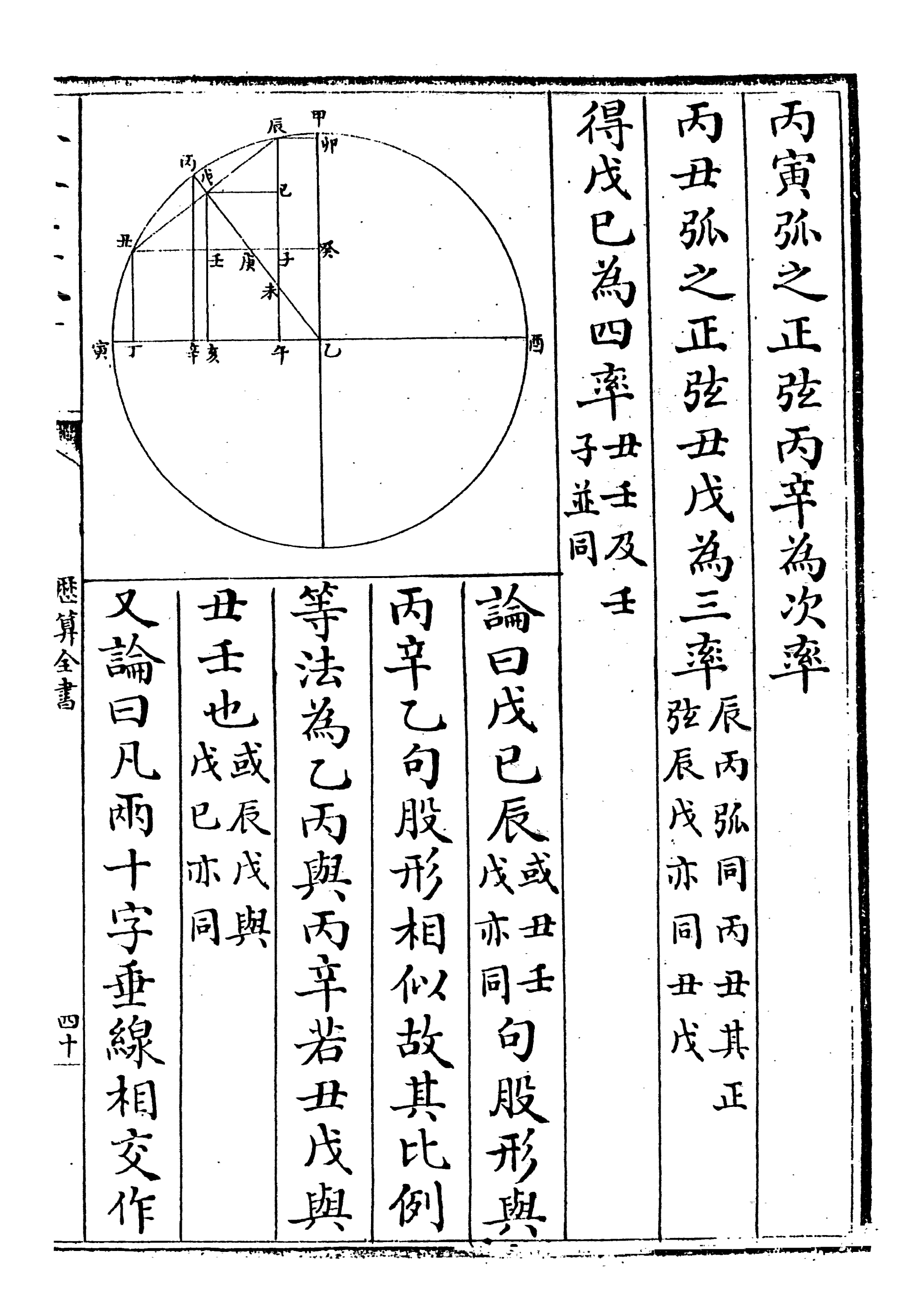
觀設例之時便有訛錯如此則其不便於用亦可見矣

又按此加減法即測量全義第七卷所言加減也其以總存兩餘弦相加減而半之者即初得數也然彼以兩正弦相乘得之此以加減得之而省一乘矣實弧三角中大法而彼但舉例而隱其圖姑示其端於此而又不直言其即弧度之初得數此皆譯書者祕惜之故耳向後二圖發明所以然之故

甲寅象限弧　乙丙半徑為首率

句股則其形俱相似如辰丑線即丙丑及丙辰之正弦與丙乙半徑相交於戊點一十字也辰午線辰寅弧之正弦也丑癸線丑寅弧之餘弦相交於子點一十字也此兩十字相交而成諸句股形則俱相似矣故戊壬庚與丑壬戊相似而戊壬庚原與丙辛乙相似則丑壬戊與丙辛乙不得不為相似之形矣

解曰乙丙首率半徑也丙辛正弦為次率其弧丙寅丑戊正弦為三率其弧丙丑丙丑既與丙辰同則以丙丑



丙寅弧之正弦丙辛為次率

丙丑弧之正弦丑戊為三率辰丙弧同丙丑其正弦辰戊亦同丑戊

得戊巳為四率丑壬及壬子並同

論曰戊巳辰或丑壬戊亦同句股形與丙辛乙句股形相似故其比例等法為乙丙與丙辛若丑戊與丑壬也或辰戊與戊巳亦同

又論曰凡兩十字垂線相交作

酉辰為存弧其正弦辰午餘弦辰卯即子癸算法略同

但先所用者存弧之正弦小於總弧令則總弧正弦小於存弧正弦大則餘弦小正弦小則餘弦反大加減之用以小從大其理無二故其圖可通用也

又按壬丑即初得數也兩正弦相乘以半徑除之者也乙亥即次得數也兩餘弦相乘以半徑除之者也今改用加減則以兩弧相并為總弧而相較之餘為存弧存總兩餘弦相加減而半之成初得數省兩正弦乘矣又

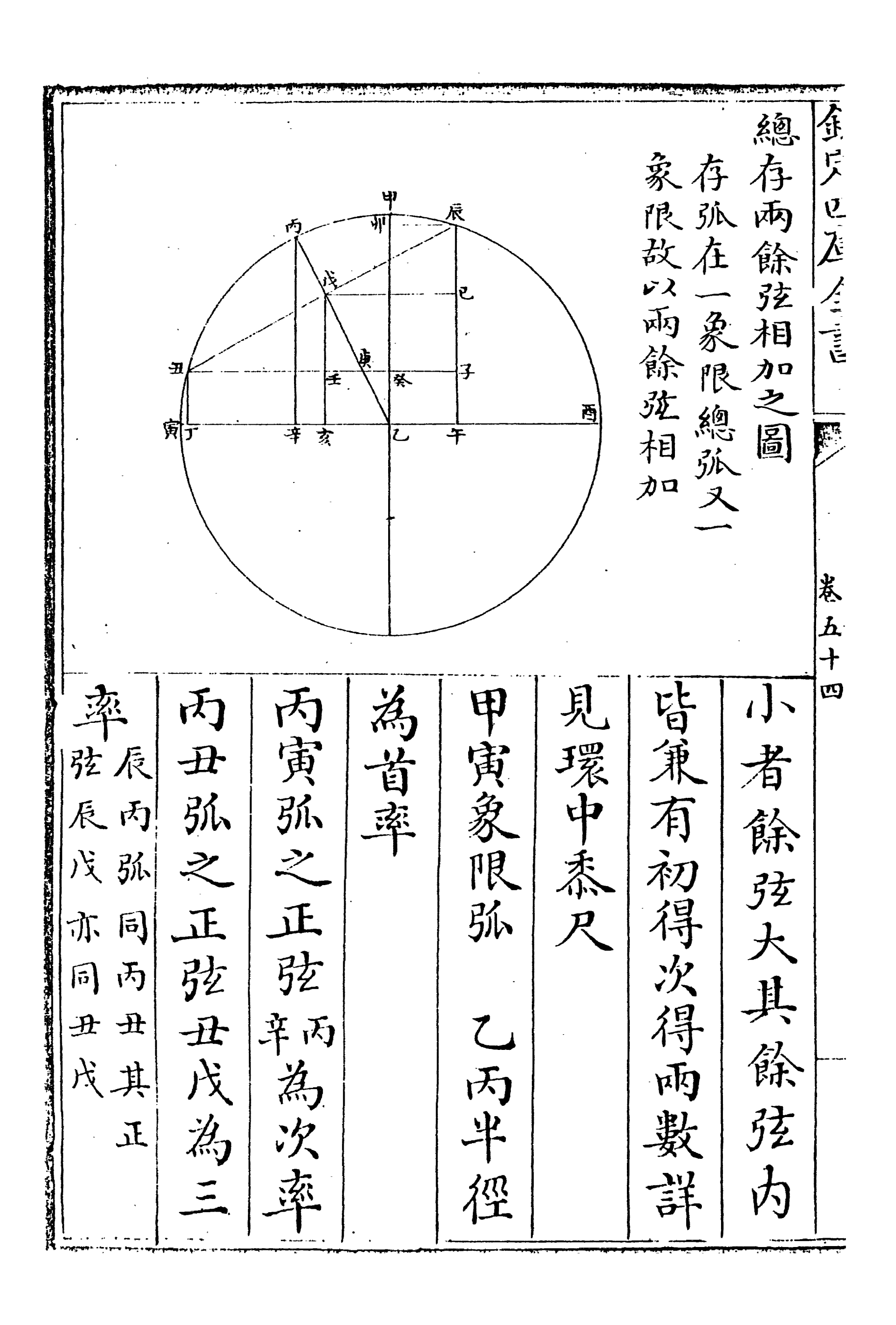
三率之弧也加丙寅次率之弧成辰寅總弧而辰卯則總弧之餘弦也以丙丑三率之弧減丙寅次率之弧其餘丑寅為存弧而丑癸則存弧之餘弦兩餘弦相減其較為子丑子癸同辰卯故以子癸減癸丑得較子丑子丑折半於壬而壬丑與壬子皆同戊巳是為所求之四率也

如此以量法代算法的確不易但細數難分耳

若以酉丙為過象限之大弧丙丑為小弧則酉丑為總弧其正弦丑丁餘弦丑癸即丁乙

總存兩餘弦相加之圖

存弧在一象限總弧又一象限故以兩餘弦相加



小者餘弦大其餘弦内皆兼有初得次得兩數詳見環中黍尺

甲寅象限弧　乙丙半徑為首率

丙寅弧之正弦丙辛為次率

丙丑弧之正弦丑戊為三率辰丙弧同丙丑其正弦辰戊亦同丑戊

以初得數去減餘弦成次得數省兩餘弦乘矣

兩餘弦加減例

凡總存二弧俱在象限内或俱出象限外則兩餘弦相減　若存弧在象限内總弧在象限外則兩餘弦相加

初得數減餘弧例

凡存弧之正弦小於總弧即用存弧之餘弦在位以初得數減之餘為次得數　若總弧之正弦小於存弧即用總弧之餘弦在位以初得數減之餘為次得數葢弦

存弧之餘弦也兩餘弦相加成子丑子癸同辰卯子丑皆總弧餘弦

折半於壬而壬丑同壬子亦同戊巳則所求之四率也

歷算全書卷五十四

求得戊巳為四率丑壬壬子並同

以上皆與前圖同

論曰準前論丙辛乙句股形與丑壬戊句股形相似法為乙丙與丙辛若丑戊與丑壬也或辰戊與戊巳亦同

解曰乙丙首率半徑全數也丙辛正弦為次率其弧丙寅丑戊正弦為三率其弧丙丑而丙丑三率即丙辰以加丙寅次率之弧成辰寅總弧而辰卯亦總弧之餘弦也以丙丑三率之弧減丙寅次率之弧其餘丑寅為存弧而丑癸則亦